	ISTITUTO ZACCARIA	MOD. 4.11 SCI
	PROGRAMMA LAVORO ESTIVO	REV. 07 *dell'01.10.2015*

DOCENTE	SONIA ANTONELLI				
CLASSE	3	SEZIONE		ANNO SCOLASTICO	2024-2025
MATERIA	MATEMATICA				

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

PER TUTTI GLI ALUNNI

Per chi ha in pagella 6 o 7: svolgere su un quaderno tutti gli esercizi contrassegnati da un numero "pari" allegati a questo fascicolo, che si trova anche nella cartella: **L-SciA22** di Google Drive dal titolo:

"3_SCIENTIFICO_MATEMATICA"

Pe chi è promosso con 8 o con 9: svolgere su un quaderno tutti gli esercizi del medesimo fascicolo contrassegnati da un numero multiplo di tre.
Gli esercizi devono essere svolti "in orizzontale", come spiegato a lezione (uno per gruppo, poi ricominciare).
Prima di eseguire gli esercizi occorre ripassare molto bene la teoria.
Il quaderno verrà ritirato all'inizio del nuovo anno scolastico.
La prima verifica del nuovo anno scolastico verterà sugli argomenti svolti quest'anno.
Buone vacanze!

Sonia Antonelli

PER GLI ALUNNI CON DEBITO

Svolgere tutti gli esercizi allegati a questo fascicolo, che si trova anche nella cartella: **L-SciA22** di Google Drive dal titolo:

"3_SCIENTIFICO_MATEMATICA"

Prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi occorre studiare molto bene la teoria, secondo il programma contenuto nel Modulo 4.6 "Programma debito formativo"

Gli esercizi devono essere svolti "in orizzontale", come spiegato a lezione (uno per gruppo, poi ricominciare).

Gli esercizi devono essere svolti SU UN QUADERNO che sarà consegnato all'insegnante il giorno della prova a settembre.

Buone vacanze!

Sonia Antonelli

Milano, 30 maggio 2025

Il Docente

Sonia Antonelli

45. * Determinare l'equazione della parabola che ha come fuoco il punto $F\left(1, -\frac{15}{8}\right)$ e come direttrice la retta di equazione $8y + 17 = 0$. Scrivere poi le equazioni delle tangenti a questa parabola nei suoi punti di intersezione con gli assi, verificando che il loro punto di intersezione appartiene all'asse di simmetria della parabola considerata. $[y = 2x^2 - 4x;\ 4x + y = 0;\ 4x - y - 8 = 0]$

46. * Determinare il punto d'incontro delle due tangenti alla parabola di equazione $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{7x}{2} - 2$ condotte per i punti comuni ad essa e alla retta di equazione $x - 2y + 1 = 0$. $[(3, 6)]$

47. Data la parabola di equazione $y = x^2 - 4$, determinare la misura del segmento che essa stacca sulla retta di equazione $y = 5$. $[6]$

48. Data la parabola di equazione $y = x^2 - 7x + 10$, trovare la misura del segmento che essa determina intersecando la retta di equazione $y = x + 3$. $[6\sqrt{2}]$

49. Determinare le intersezioni P e Q della retta $x + 3y - 9 = 0$ con la parabola di equazione $y = \frac{x^2}{3} + \frac{x}{3} - 2$. Calcolare inoltre la misura della corda PQ. $\left[P(3, 2),\ Q\left(-5, \frac{14}{3}\right),\ \frac{8}{3}\sqrt{10}\right]$

50. * Le parabole di equazioni $y = -\frac{3}{4}x^2 + 5x - 4$ e $y = 4x^2 + 6x$ sono entrambe tangenti alla retta di equazione $y = 2x - 1$. Determinare la distanza dei due punti di tangenza. $\left[\frac{5}{2}\sqrt{5}\right]$

51. * Disegnare le due parabole $y = (2x - 1)(x + 1)$ ed $y = (x + 1)(x + 2)$. Scrivere inoltre l'equazione della retta che passa per i loro punti di intersezione e determinare la misura della corda intercettata dalle parabole su questa retta. $[y = 5x + 5;\ \overline{AB} = 4\sqrt{26}]$

52. * Date la parabola di equazione $y = -x^2 + 8x - 7$ e la retta $y = x$, che taglia la parabola nei punti P e Q, trovare l'area del trapezio che ha come basi le perpendicolari condotte da P e da Q all'asse delle x. $\left[\frac{7}{2}\sqrt{21}\right]$

53. * La parabola $y = -x^2 + 7x - 6$ taglia la bisettrice del primo quadrante nei punti A e B. Dette A' e B' le proiezioni ortogonali di A e B sull'asse x, determinare l'area del trapezio $A'B'BA$. $[6\sqrt{3}]$

54. * Trovare i punti di intersezione della parabola $y = -x^2 + 8x - 5$ con la retta $y = 2x$. Determinare l'area del trapezio rettangolo che ha come basi le ordinate di questi punti e gli altri due lati, rispettivamente, sulla retta e sull'asse x. $[(1, 2),\ (5, 10);\ S = 24]$

55. * Scrivere l'equazione della tangente alla parabola $y = \frac{1}{2}x^2$ nel suo punto di ascissa 1. Inoltre, dopo aver condotto una seconda retta per questo punto, inclinata di 150° sul semiasse positivo delle x, determinare l'area del triangolo limitato da queste rette e dall'asse x.
$\left[y = x - \frac{1}{2};\ y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2};\ S = \frac{1}{8}(1 + \sqrt{3})\right]$

56. * Data la parabola di equazione $y = 2x^2 - 12x + 10$, siano A e B i punti in cui incontra l'asse x (con $x_A < x_B$) e C il punto di cui incontra l'asse y.
Determinare il perimetro e l'area del trapezio $ABCD$, dove D è il punto di incontro con l'asse y della retta parallela a BC che passa per A. $[6(2 + \sqrt{5});\ 24]$

84. Trovare l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, che passa per $A(0,1)$ e $B(-1,-1)$, punto in cui è tangente alla retta $y - x = 0$.
$[y = x^2 + 3x + 1]$

85. Determinare le equazioni delle parabole, con asse parallelo all'asse y, che passano per $A(0,2)$ e $B(-2,-4)$ e sono tangenti alla retta di equazione $y + x - 3 = 0$.
$[y = -x^2 + x + 2;\ y = -4x^2 - 5x + 2]$

86. Data la parabola di equazione $4x - y^2 + 2y - 9 = 0$, tracciare una retta, parallela all'asse y, in modo tale che la misura della corda intercettata dalla curva sia $2\sqrt{2}$.
$\left[x = \frac{5}{2}\right]$

87. * Date le parabole di equazioni $y = x^2 - 5x + 4$ ed $y = -x^2 + 3x + 4$, determinare l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo tale che i segmenti intercettati sulla retta dalle due parabole siano uguali.
$[y = 2]$

88. * Date le parabole di equazioni $y = x^2 - 3x + 2$ ed $y = -x^2 + x + 2$, determinare l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo tale che il segmento intercettato dalla prima parabola sulla retta sia doppio di quello intercettato dalla seconda.
$\left[y = \frac{7}{4}\right]$

89. * Date le parabole di equazioni $y = -x^2 + 3x - 2$ ed $y = x^2 - x - 2$, determinare una retta parallela all'asse x in modo tale che il segmento intercettato dalla prima parabola sulla retta sia la metà di quello intercettato dalla seconda.
$\left[y = -\frac{1}{4}\right]$

90. * Date le parabole di equazioni $y = -x^2 + 5x - 4$ ed $y = x^2 - 3x - 4$, determinare l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo tale che il segmento intercettato sulla retta dalla prima parabola sia $\frac{1}{3}$ di quello intercettato dalla seconda.
$\left[y = \frac{7}{5}\right]$

91. ** Condurre una retta, perpendicolare all'asse y, in modo tale da rendere uguali le due corde intercettate su di essa dalle parabole:

$$y = 3x^2 - 6x + 5 \qquad \text{e} \qquad y = -4x^2 + 4x + 5.$$

Trovare inoltre le coordinate dei punti di intersezione delle due curve, scrivere le equazioni delle tangenti in questi punti e calcolarne l'angolo.
$\left[y = \frac{26}{7};\ (0, 5);\ \left(\frac{10}{7}, \frac{125}{49}\right);\ 23°30';\ 28°55'\right]$

92. * Date le due parabole $y = x^2 - 2x$ e $y = -2x^2 + x$, condurre una retta parallela all'asse x in modo tale che le due corde intercettate dalle curve sulla retta siano uguali.
$\left[y = -\frac{5}{8}\right]$

93. * Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 5x$, inscrivere un rettangolo di perimetro uguale a 14 nella parte di piano compresa fra la curva e l'asse x.
[*Due soluzioni*: *rette* $y = 4$ e $y = 6$]

94. * Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 6x - 5$, inscrivere un rettangolo di perimetro uguale a 10 nella parte di piano limitata dalla curva e dall'asse x.
[*Tracciare la retta*: $y = 3$]

95. ** Inscrivere un quadrato con i lati paralleli agli assi cartesiani nella parte di piano limitata dalla parabola di equazione $y = -x^2 + 4x$ e dall'asse x.
[*Ascisse vertici quadrato*: $3 - \sqrt{5}$ e $1 + \sqrt{5}$]

96. ** Nella parte di piano limitata dall'asse x e dalla parabola di equazione $y = 6x - x^2$, inscrivere un rettangolo (non degenere), con i lati paralleli agli assi cartesiani, di perimetro uguale a 18.
[*Ascisse vertici rettangolo*: 1 e 5]

97. * Date le parabole di equazioni $y = x^2 + 4x + 4$ ed $y = 2x^2 + 4x + 1$, trovare la retta parallela all'asse x che intercetta su di esse corde uguali.
$[y = 1]$

226. Determinare il valore del parametro t in modo tale che la retta del fascio di equazione $(t-1)x + 2ty = t - 2$:

a) abbia distanza $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ dal punto $(1, 2)$;

b) sia parallela all'asse y;

c) sia perpendicolare all'asse y. $\left[\frac{11}{72};\ 0,\ 1\right]$

227.* Dato il fascio di rette di equazione:

$$x\text{sen}\varphi - y\cos\varphi - 1 = 0, \qquad (0 \le \varphi \le \pi),$$

determinare φ in modo tale che la retta:

a) passi per il punto $(1, 1)$; $\left[\varphi = \frac{\pi}{2},\ \varphi = \pi\right]$

b) abbia coefficiente angolare $m = \sqrt{3}$; $\left[\varphi = \frac{\pi}{3}\right]$

c) disti 1 unità dal punto $Q(1, 0)$. $[\varphi = 0,\ \varphi = \pi]$

228. Dato il fascio di rette di equazione:

$$(\ell + \ell')x + (\ell' - \ell)y + \ell - 3\ell' = 0,$$

determinare:

a) il centro del fascio; $[(1, 2)]$

b) le equazioni delle rette basi del fascio; $[x - y + 1 = 0,\ x + y - 3 = 0]$

c) l'equazione della retta appartenente al fascio che passa per il punto $P(3, 2)$; $[y - 2 = 0]$

d) l'equazione della retta appartenente al fascio e parallela all'asse y. $[x - 1 = 0]$

229. Dato il fascio di rette di equazione:

$$(t-1)x + (t+2)y + t = 0,$$

determinare t in modo tale che:

a) la retta sia parallela all'asse x; $[t = 1]$

b) la retta sia parallela all'asse y; $[t = -2]$

c) la retta abbia coefficiente angolare $m = -2$; $[t = -5]$

d) la retta sia perpendicolare alla retta di equazione $y = 2x - 1$; $[t = 4]$

e) la retta passi per l'origine degli assi; $[t = 0]$

f) la retta intercetti sull'asse x un segmento di misura assoluta 2. $\left[t = 2,\ t = \frac{2}{3}\right]$

230.* Sia: $x + y + k = 0$ l'equazione di un fascio improprio di rette.
Determinare le equazioni delle rette del fascio che distano $\sqrt{2}$ dall'origine degli assi. $[t = \pm 2]$

116.* Data l'equazione $\frac{x^2}{2k-1} + \frac{y^2}{k+3} = 1$, stabilire per quali valori del parametro k ha come grafico:

a) una circonferenza;

b) un'ellisse con il semiasse maggiore di lunghezza 10;

c) un'ellisse con uno dei fuochi in $F(5, 0)$. $\left[4;\ \frac{101}{2};\ 29\right]$

117.* Data l'equazione $\frac{kx^2}{2k^2+24} - \frac{y^2}{1-4k} = 1$, stabilire per quali valori del parametro k ha grafico:

a) una circonferenza;

b) un'ellisse con uno dei fuochi in $F(3, 0)$;

c) un'ellisse con uno dei due semiassi di lunghezza 2. $\left[\frac{1+\sqrt{193}}{4};\ 2;\ \frac{5}{4}\right]$

Risolvere graficamente le seguenti equazioni.

185. a) $\sqrt{x-4}=2$; b) $\sqrt{x+1}=x-1$; c) $\sqrt{3x-2}=x+2$; d) $\sqrt{x+3}=\sqrt{4-x}$.

186. a) $x+\sqrt{4x+12}=7$; b) $\sqrt{x-2}=\sqrt{4-x}$; c) $\sqrt{x-4}=\sqrt{6-x}$; d) $\sqrt{x-1}=x^2-1$.

183.* Determinare a, b, c, d in modo tale che la funzione $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ abbia come asintoto orizzontale la retta $y+1=0$ e sia tangente alla retta $3x+y-4=0$ nel punto $A\left(\dfrac{4}{3}, 0\right)$.

Trovare l'equazione della retta, parallela alle rette tangenti nei vertici, che stacca sull'iperbole una corda di misura $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. $\left[y=\dfrac{3x-4}{-3x+3}, y=-x\pm\dfrac{4}{3}\right]$

184. Scrivere l'equazione dell'iperbole, con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani, che ha come fuochi i punto $F(1,2)$ ed $F'(-1,0)$ $\left[x(y-1)=\dfrac{1}{2}\right]$

185. Scrivere l'equazione dell'iperbole con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani, che ha centro nel punto $O'(-1,1)$, asse focale parallelo alla bisettrice del I e III quadrante e distanza focale uguale a 4. [*L'equazione è del tipo* $(x+1)(y-1)=k$, *con* $k>0$]. $[k=1]$

186. Scrivere l'equazione dell'iperbole, con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani, che passa per $A(2,-3)$ ed è tangente in $B(1,1)$ alla retta di equazione $y=2x-1$. $[y(5-3x)=x+1]$

DISEGNARE I GRAFICI

116. a) $y=-2+\dfrac{4}{3}\sqrt{x^2-4x-5}$; b) $y=5-\dfrac{3}{4}\sqrt{x^2-6x+11}$; c) $x=7-3\sqrt{y^2-4y+8}$.

117. a) $y=\sqrt{x|x|+4}$; b) $y=\sqrt{16-x|x|}$; c) $x=\sqrt{\dfrac{4}{9}y|y|+4}$.

118. a) $y=\sqrt{25-\dfrac{25}{9}x|x|}$; b) $y=-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-2|x|}$; c) $x|x|+y|y|+6x=0$.

119. a) $y=\sqrt{9-x|x|}$; b) $x|x|+y^2=4$; c) $y=\sqrt{x|x|+1}$.

Risolvere graficamente le seguenti **equazioni** *e verificare il risultato con i calcoli.*

120. a) $x+1=\sqrt{2x^2+4x}$; b) $\dfrac{1}{3}x+1=\sqrt{x^2-4x+13}$; c) $\sqrt{|x^2+3x|}+2x=0$.

121. a) $\sqrt{x^2-2}=\sqrt{2}x-\sqrt{5}$; b) $\sqrt{1-x|x|}=3-x$; c) $\sqrt{|-x^2+4x+4|}=x-1$.

Risolvere graficamente, se possibile, le seguenti **disequazioni**.

122. a) $\sqrt{4+x^2}>x+2$; b) $\sqrt{3x+x^2}<1-2x$; c) $\sqrt{1+x^2}<|x|$.

107. Determinare l'equazione della circonferenza che ha come diametro il segmento che gli assi cartesiani staccano sulla retta $3x - 2y + 12 = 0$. $[x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0]$

108. * Dopo aver verificato che le circonferenze di equazioni:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0,$$

sono concentriche, determinarne i raggi. $[\sqrt{14};\ 4]$

109. Determinare i punti di intersezione della retta $3x - y + 2 = 0$ con la circonferenza di centro $(-2,\ 1)$ e raggio 5. $[(1,\ 5);\ (-2,\ -4)]$

110. Scrivere l'equazione della retta che passa per il centro della circonferenza:

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y - 15 = 0$$

ed è perpendicolare alla retta $y = 2x - 3$. $\left[y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}\right]$

111. * Scrivere l'equazione di una circonferenza tangente ai due assi cartesiani che passi per il punto $(4, 8)$. $[x^2 + y^2 - 40x - 40y + 400 = 0;\ x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0]$

112. Scrivere l'equazione della circonferenza che passa per l'origine ed ha il centro nel punto di intersezione delle due rette $x - 3y - 7 = 0$ e $2x + 5y - 3 = 0$. $[x^2 + y^2 - 8x + 2y = 0]$

113. * Trovare l'equazione della circonferenza che ha come diametro la corda comune alle due circonferenze $x^2 + y^2 - x + 2y - 8 = 0$ ed $x^2 + y^2 + 2x - y - 5 = 0$. $\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{49}{8}\right]$

114. * Trovare l'equazione della circonferenza che ha una corda di estremi $A(1,\ 2)$, $B(3,\ 4)$ e il centro sull'asse x.
[*Il centro è l'intersezione dell'asse della corda AB con l'asse x. Si trova:* $(x - 5)^2 + y^2 = 20$]

115. * Scrivere l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(1, -1)$, $B(2,\ 1)$ ed ha il centro sulla retta $2x + y - 1 = 0$. $[3x^2 + 3y^2 - x - 4y - 9 = 0]$

116. * Scrivere l'equazione della circonferenza tangente agli assi x e y che ha il centro situato nel primo quadrante sulla retta $x - 2y + 2 = 0$.
[*Si osservi che le coordinate del centro sono uguali fra loro ed uguali al raggio. Si trova:* $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$]

117. * Determinare le equazioni delle circonferenze tangenti all'asse y e alla retta $3x - 4y = 0$ che hanno il centro sulla retta $y = 6$. $[x^2 + y^2 - 6x - 12y + 36 = 0;\ x^2 + y^2 + 24x - 12y + 36 = 0]$

118. * Determinare le equazioni delle circonferenze che hanno il centro sulla bisettrice del primo e terzo quadrante, il raggio uguale a $\sqrt{5}$ e sono tangenti alla retta $x - 2y + 12 = 0$.
$[(x - 7)^2 + (y - 7)^2 = 5;\ (x - 17)^2 + (y - 17)^2 = 5]$

119. * Tra le circonferenze di equazione:

$$x^2 + y^2 - 2(k - 1)x + 4y - k = 0,$$

determinare quella che ha il centro sulla retta $x + y - 5 = 0$, quella che passa per $P(3, 1)$ e quella tangente all'asse y.
$[x^2 + y^2 - 14x + 4y - 8 = 0;\ 7x^2 + 7y^2 - 26x + 28y - 20 = 0;\ x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0]$

120. * Trovare l'equazione della retta tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$ nell'origine degli assi. $[2y - x = 0]$

44. Determinare l'equazione della tangente all'ellisse $x^2+4y^2-4=0$ nel punto $P\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$.

$[\sqrt{3}x+2y-4=0]$

45. * Scrivere l'equazione dell'ellisse che ha i fuochi sull'asse delle ascisse ed il centro nell'origine sapendo che $c=\sqrt{5}$ e $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{6}}{2}$. Trovare le intersezioni della curva con la retta di equazione $y=\frac{2}{3}x$ e scrivere l'equazione della tangente all'ellisse nel punto di intersezione che appartiene al primo quadrante.

$\left[\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{10}=1;\ (3,2),(-3,-2);\ x+y-5=0\right]$

46. * Determinare le equazioni delle rette tangenti all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, rispettivamente, nei punti $A\left(-\frac{7}{5},\frac{96}{25}\right)$ e $B(5,0)$.

$[7x-30y+125=0;\ x-5=0]$

47. ** Data l'ellisse $4x^2+9y^2=36$, scrivere le equazioni delle tangenti nei suoi punti di intersezione con le bisettrici dei quadranti e calcolare l'area del rombo individuato da queste tangenti.

$[4x+9y\pm 6\sqrt{13}=0;\ 4x-9y\pm 6\sqrt{13}=0;\ S=26]$

48. * Ricordando che la *normale* ad una curva in un suo punto è la perpendicolare in quel punto alla tangente alla curva, trovare le coordinate dei due punti A e B $(x_A>x_B)$, in cui la retta $y=2x-7$ incontra l'ellisse $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{24}=1$. Scrivere successivamente l'equazione della normale alla curva nel punto A.

$\left[A(5,3);\ B\left(\frac{25}{23},-\frac{111}{23}\right);\ y=x-2\right]$

49. * Determinare le equazioni delle tangenti:

a) all'ellisse $x^2+\frac{y^2}{3}=1$, condotte da $P(2,0)$. $[y\pm x\mp 2=0]$

b) all'ellisse $16x^2+25y^2=400$, condotte da $P(5,0)$. $[x=5]$

50. Determinare il valore di m, nelle seguenti equazioni, in modo tale che le rette corrispondenti risultino tangenti all'ellisse $9x^2+16y^2=144$, e farne la verifica grafica.

a) $x+y+m=0$. $[m=\pm 5]$

b) $mx-y-5=0$. $[m=\pm 1]$

72. Un'ellisse ha, rispetto ad un certo sistema di riferimento, l'equazione $x^2+4y^2=16$; determinare l'equazione della stessa ellisse rispetto ad un secondo sistema di riferimento, traslato rispetto al primo e con l'origine nel punto $O'(2,1)$.

$[X^2+4Y^2+4X+8Y-8=0]$

73. Un'ellisse ha, rispetto ad un certo sistema di riferimento, l'equazione $2x^2+y^2=1$. Determinare l'equazione della stessa ellisse rispetto ad un secondo sistema di riferimento, traslato rispetto al primo, con l'origine nel punto $O'(-1,3)$.

$[2X^2+Y^2-4X+6Y+10=0]$

74. Trovare l'equazione dell'ellisse con centro $O'(3,4)$ ed assi, paralleli agli assi x ed y, lunghi rispettivamente 10 ed 8. Determinare poi le coordinate dei fuochi.

$[16x^2+25y^2-96x-200y+144=0;\ (0,4)$ e $(6,4)]$

75. Trovare l'equazione dell'ellisse con centro $O'(1,5)$ ed assi, paralleli agli assi x ed y, lunghi rispettivamente 8 e 6. Determinare poi le coordinate dei fuochi.

$[9x^2+16y^2-18x-160y+265=0;\ (1\pm\sqrt{7},5)]$

79. Determinare le coordinate dei punti di intersezione della retta $x + y - 4 = 0$ con l'iperbole equilatera $xy = 3$.

$[A(1,3);\ B(3,1)]$

80. * Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera (con asintoti gli assi cartesiani) che passa per il punto di incontro M delle due rette di equazioni:

$$x - 2y + 4 = 0, \qquad 2x + 3y - 13 = 0,$$

e determinare inoltre gli altri punti P e Q in cui le rette date incontrano l'iperbole trovata.

$\left[xy = 6;\ P(-6,-1),\ Q\left(\frac{9}{2},\frac{4}{3}\right)\right]$

81. Data l'iperbole di equazione $xy = 12$, determinare l'equazione della retta tangente nel suo punto di ascissa 3.

$[4x + 3y = 24]$

82. * Data l'iperbole di equazione $xy = 3$, determinare le equazioni delle tangenti ad essa nei punti di intersezione con la circonferenza che ha il centro nell'origine e passa per $A(-1,3)$.

$[x + 3y - 6 = 0;\ 3x + y - 6 = 0;\ x + 3y + 6 = 0;\ 3x + y + 6 = 0]$

83. * Dopo avere trovato l'equazione dell'iperbole equilatera (con asintoti gli assi cartesiani) che passa per il punto $A\left(\frac{9}{8},\frac{10}{3}\right)$, determinare le equazioni delle tangenti condotte per il punto $P\left(2,\frac{5}{3}\right)$.

$[5x + 3y = 15;\ 5x + 12y = 30]$

84. Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole equilatera $xy = 8$ e parallele alla retta:

$$2x + y - 3 = 0.$$

$[2x + y \pm 8 = 0]$

---

191. ** Date la circonferenza S, di centro C, e la retta r, di equazioni, rispettivamente, $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 5$ e $2y = x$, trovare l'equazione della circonferenza S', di centro C', simmetrica di S rispetto alla retta r. Detti A e B i punti di intersezione di S ed r, ed A' e B' i punti simmetrici di A e B rispetto a C', trovare le aree dei quadrilateri $ABA'B'$ ed $ACBC'$ dopo aver verificato che sono due quadrati.

$[x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5;$ aree: 20 e 10$]$

192. ** Date la parabola e la retta di equazioni $9y = x^2 + 6x - 54$ ed $y = 2x - 9$, determinare le coordinate dei loro punti A e B di intersezione. Verificare poi che il triangolo che ha come vertici l'origine e i punti A e B è rettangolo e determinare l'equazione della circonferenza circoscritta a questo triangolo.

$[(3,-3)$ e $(9,9);\ x^2 + y^2 - 12x - 6y = 0]$

193. ** Trovare le equazioni della circonferenza e della parabola (con asse parallelo all'asse y) che passano per i punti $A(-2,0)$, $B(-1,\sqrt{3})$, $C(1,\sqrt{3})$. Dopo aver verificato che le due curve passano anche per il punto $D(2,0)$, calcolare le coordinate del punto di incontro delle diagonali del trapezio $ABCD$ e verificare che questo punto è il centro del segmento che ha come estremi il centro della circonferenza e il vertice della parabola.

$\left[x^2 + y^2 = 4;\ y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4}{3}\sqrt{3}\right]$

194. ** Determinare l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, che ha il vertice coincidente con il centro della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ ed è tale che l'asse delle ascisse intercetta su di essa una corda di lunghezza 6. Verificare successivamente che parabola e circonferenza si incontrano in punti dell'asse x.

$\left[y = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x\right]$

195. ** Trovare le equazioni delle due circonferenze, con i raggi di lunghezza $\sqrt{13}$, che passano per $A(2,0)$ ed hanno i centri sulla retta r di equazione $2y - 3x = 6$.

[*La circonferenza con centro in A e raggio … interseca la retta r in due punti che sono i …*]

$[x^2 + y^2 - 6y = 4$ e …$]$

232. Dato il fascio di rette di equazione:

$$(t-1)x+2(t+1)y+t-5=0,$$

determinare:

a) le rette basi del fascio e il centro C del fascio;

b) le rette del fascio parallela e perpendicolare alla bisettrice del II e IV quadrante;

c) le rette del fascio che distano 2 dall'origine del riferimento;

d) la retta del fascio che passa per l'origine degli assi;

e) la retta del fascio che forma gli assi coordinati un triangolo di area 5.

[a) $x-2y+5=0$; $x+2y+1=0$; $C(-3,1)$; b) $x+y+2=0$; $x-y+4=0$;
c) $(9+2\sqrt{6})x-(1-4\sqrt{6})y+28+2\sqrt{6}=0$; $(2\sqrt{6}-9)x+(1+4\sqrt{6})y+2\sqrt{6}-28=0$;
d) $x+3y=0$; e) $(6+\sqrt{55})x-(7-2\sqrt{55})y+25+\sqrt{55}=0$;
$(\sqrt{55}-6)x+(7+2\sqrt{55})y+\sqrt{55}-25=0$]

233. Dato il fascio di rette:

$$(t-1)x+ty-2t+1=0,$$

determinare t in modo tale che:

a) la retta sia parallela all'asse y; [$t=0$]

b) la retta sia parallela all'asse x; [$t=1$]

c) la retta sia parallela alla retta $y=-x$; [*non esiste*]

d) la retta sia perpendicolare alla retta $y=3x-1$. $\left[t=\frac{3}{2}\right]$

234.* Fra le rette del fascio di equazione:

$$(k-1)x+ky-k(k-1)=0,$$

determinare quella per cui l'area del quadrato che ha come lato il segmento intercettato sulla retta dagli assi sia 5. [$x+2y-2=0$; $2x+y+2=0$]

60. Determinare le equazioni delle rette che passano per il punto $P(6,6)$ e sono tangenti alla circonferenza di equazione:

$$x^2+y^2-8x-4y+4=0.$$ [$y=6$; $4x+3y-42=0$]

61. Determinare le equazioni delle due tangenti alla circonferenza $x^2+y^2-8x+12=0$ condotte dall'origine degli assi cartesiani. $\left[y=\frac{\sqrt{3}}{3}x;\ y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x\right]$

62. Scrivere le equazioni delle tangenti alla circonferenza $x^2+y^2-14y+33=0$ condotte dall'origine degli assi cartesiani. $\left[y=\frac{1}{4}\sqrt{33}x;\ y=-\frac{1}{4}\sqrt{33}x\right]$

63.* Scrivere le equazioni delle tangenti alla circonferenza di equazione $x^2+y^2-10x-8y+32=0$ condotte dal punto $P(9,7)$. Calcolare successivamente le misure dei segmenti di queste tangenti compresi fra P e i punti di contatto. $\left[y=7;\ y=\frac{24}{7}x-\frac{167}{7};\ \textit{misure segmenti}=4\right]$

64. Determinare le equazioni delle rette che passano per l'origine e sono tangenti alla circonferenza di equazione $x^2+y^2-10x-8y+32=0$. $\left[y=\frac{5+3\sqrt{2}}{4}x;\ y=\frac{5-3\sqrt{2}}{4}x\right]$

Risolvere graficamente le seguenti disequazioni.

554 $\log_{\frac{1}{2}} x < 0; \quad \log_2 x \leq -1.$ $\left[x > 1;\ 0 < x \leq \frac{1}{2}\right]$

555 $\log_3 x < 2; \quad \log_3 x \geq \frac{1}{2}.$ $[0 < x < 9;\ x \geq \sqrt{3}]$

556 $\log_2 x > 1 - x; \quad \log_{\frac{1}{2}} x \geq x - 1.$ $[x > 1;\ 0 < x \leq 1]$

557 $2 \log_{\frac{1}{3}} x + 1 \leq x.$ (Rappresentare le curve $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ e y...) $[x \geq 1]$

558 $\log_3 x \geq \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$ $\Big($Osservare dapprima che le curve $y = \log_3 x$ e $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ s'incontrano nei punti $(1\,;\,0)$ e $(3\,;\,1)$...$\Big)$ $[1 \leq x \leq 3]$

559 $\log_3 x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}x.$ (Vedi esercizio precedente...) $[0 < x < 1 \vee x > 3]$

560 $3 \log_2 x \geq 4x - 5.$ (Osservare dapprima che le curve $y = \log_2 x$ e $y = \frac{4x-5}{3}$ s'incontrano nei punti $\left(\frac{1}{2}\,;\,-1\right)$ e $(2\,;\,1)$...) $\left[\frac{1}{2} \leq x \leq 2\right]$

561 $3 \log_2 x < 4x - 5.$ (Vedi esercizio precedente) $\left[0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2\right]$

562 $\log_2 x + 1 > \frac{1}{x}; \quad \log_2 x + x^2 > 0.$ $[x > 1;\ x > \alpha, \text{ con } 0 < \alpha < 1]$

563 $\log_2 x < 1 - x^2; \quad \log_3 x + x^2 \geq 1.$ $[0 < x < 1;\ x \geq 1]$

564 $\sqrt{\log_{\frac{1}{3}} x} + 1 - x \geq 0; \quad x + 2 \log_{\frac{1}{3}} x \leq 1.$ $[0 < x \leq 1;\ 1 \leq x \leq 3]$

Determinare il dominio delle funzioni aventi le seguenti equazioni.

567 $y = \log_2(x-1); \quad y = \log_3(x^2 - 6x + 8).$ $[D = (1\,;\,+\infty);\ D = (-\infty\,;\,2) \cup (4\,;\,+\infty)]$

568 $y = \log_x x; \quad y = \log_{x-1} x.$ $[D = \mathbb{R}^+ - \{1\};\ D = (1\,;\,2) \cup (2\,;\,+\infty)]$

569 $y = \log_x(x-1); \quad y = \log_x(x^2 - x).$ $[D = (1\,;\,+\infty);\ D = (1\,;\,+\infty)]$

570 $y = \log_{2x} x^2; \quad y = \log(x^2 + x + 1).$ $\left[D = \mathbb{R}^+ - \left\{\frac{1}{2}\right\};\ D = \mathbb{R}\right]$

571 $y = \log(x^2 - 6x + 9); \quad y = \log_x(x^2 - 6x).$ $[D = \mathbb{R} - \{3\};\ D = (6\,;\,+\infty)]$

572 $y = \log_x(2x^2 - x).$ $\left[D = \left(\frac{1}{2}\,;\,1\right) \cup (1\,;\,+\infty)\right]$

573 $y = \log_{|x^2-1|}(3x^2).$ $[D = \{x \mid (x < -1 \vee x > 1) \wedge x \neq \pm\sqrt{2}\}]$

574 $y = \log_{|1-4x^2|}(3x^2 + 1); \quad y = \sqrt{\log x}.$ $\left[D = \left(-\frac{1}{2}\,;\,0\right) \cup \left(0\,;\,\frac{1}{2}\right);\ D = [1\,;\,+\infty)\right]$

308 $2^{x+1} \geq 5^{1-x}$; $\quad 3^{x+2} < 4^{2x+1}$. $\qquad \left[x \geq \log\frac{5}{2};\ x > \frac{\ln 9 - \ln 4}{\ln 16 - \ln 3}\right]$

309 $\dfrac{2^{x-1} \cdot 4^{1+x}}{6^{1-x}} < 3$; $\quad 3^{x-2} > \dfrac{4^{x+1}}{5}$. $\qquad \left[x < \frac{\ln 9}{\ln 48};\ x < \frac{\ln 12 - \ln 5}{\ln 3 - \ln 4}\right]$

310 $\dfrac{3^x \cdot 5}{2^{x-1}} \leq 10^x$; $\quad 5^{2x} > 10^{x+1}$. $\qquad \left[x \geq \frac{1}{1 + \log 2 - \log 3};\ x > \frac{1}{2\log 5 - 1}\right]$

311 $2^{2x+1} \geq 5^{1-x}$; $\quad 5^{x} - 4^x > 0$. $\qquad \left[x \geq \frac{\ln 5 - \ln 2}{\ln 5 + \ln 4};\ x < 0\right]$

312 $5^x < 3 \cdot 7^x$; $\quad 3^{2x} < 5^{3-x}$ $\qquad \left[x > \frac{\log 3}{\log 5 - \log 7};\ x < \frac{\log 125}{\log 45}\right]$

313 $5^{1-x} < 3^{2x}$; $\quad \left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x} > 4^x$. $\qquad \left[x > \frac{\log 5}{\log 45};\ x < 0\right]$

314 $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x+1} < 5^x$; $\quad 9^x \cdot 2^{x+1} < 6$. $\qquad \left[x > -\frac{\log 4 - \log 3}{\log 20 - \log 3};\ x < \frac{\log 3}{\log 18}\right]$

315 $7^{1-x} > \dfrac{4^x}{2}$; $\quad 2^x < 3 \cdot 7^{x+1}$. $\qquad \left[x < \frac{\log 14}{\log 28};\ x > \frac{\log 21}{\log 2 - \log 7}\right]$

316 $\dfrac{3^x \cdot 4}{2^{x-1}} < 1$; $\quad \dfrac{3^x \cdot 5^{1-x}}{2^{1+x}} < 10$. $\qquad \left[x < \frac{\log 8}{\log 2 - \log 3};\ x > \frac{\log 4}{\log 3 - 1}\right]$

317 $15^{x+1} > \dfrac{3^{2x}}{5^{x-1}}$; $\quad \dfrac{16^{1-x}}{3 \cdot 5^{1+x}} \geq \dfrac{1}{5} \cdot 3^{2x-1}$. $\qquad \left[x > \frac{\log 3}{\log 3 - \log 25};\ x \leq \frac{\log 16}{\log 720}\right]$

---

236 $\dfrac{2^x}{2^x + 1} + \dfrac{2^x}{2^x + 4} \leq 1$; $\quad \dfrac{1 - 3^x}{4^x + 2^x - 2} < 0$. $\qquad [x \leq 1;\ x \neq 0]$

237 $\dfrac{4 \cdot 7^{x-1}}{21 + \sqrt{7^x}} \geq 1$; $\quad \dfrac{3^{x+1} - 3^{x-1}}{2 \cdot 3^x + 3^{2x} + 1} > \dfrac{1}{2}$. $\qquad [x \geq 2;\ -1 < x < 1]$

238 $3^{4x} - 3^{3x} - 7 \cdot 3^{2x} + 3^x + 6 < 0$; $\quad \dfrac{(0,\overline{6})^{x-1} - 1}{\sqrt{2} - \sqrt[3]{2^{x-1}}} < 0$. $\qquad \left[0 < x < 1;\ 1 < x < \frac{5}{2}\right]$

239 $\dfrac{2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2}{4 \cdot 3^x - 3^{2x+1} - 1} < 0$; $\quad \dfrac{1 + 2^x}{1 - 2^x} \leq 1$. $\qquad [x < -1 \vee -1 < x < 0 \vee x > 1;\ x > 0]$

240 $(2^{x-1} - 1)(3^{2x+1} - 9) \geq 0$; $\quad 3 - 2^{1-x} - \left(\dfrac{1}{4}\right)^x > 0$. $\qquad \left[x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 1;\ x > 0\right]$

241 $|2^x - 4| < 4$; $\quad |2^{2x} - 1| \leq 1$; $\quad |3^x - 3| > 6$. $\qquad \left[x < 3;\ x \leq \frac{1}{2};\ x > 2\right]$

242 $2^{x+1} < \sqrt{4^x - 5 \cdot 2^x}$; $\quad \sqrt[x]{9} \geq 3$. $\qquad [\text{impossibile};\ x = 1 \vee x = 2]$

243 $\dfrac{3 \cdot 2^x}{2^x - 2} + \dfrac{4}{2^x + 2} + \dfrac{3 \cdot 4^x - 8}{4 - 4^x} < 0$. $\qquad [x < 1]$

244 $\dfrac{1}{8} < \left(\dfrac{1}{4}\right)^{2x-1} < 2$; $\quad 1 < \sqrt[x]{9} \leq 3$. $\qquad \left[\frac{1}{4} < x < \frac{5}{4};\ x \geq 2,\ \text{con } x \in \ldots\right]$

245 $\begin{cases} 2^{x+1} < 2 \\ 3^{x^2-1} - 1 < 0 \end{cases}$; $\quad \begin{cases} 2^{x+1} + 2^{x-1} < 20 \\ 4^x - 2^x > 2 \end{cases}$ $\qquad [-1 < x < 0;\ 1 < x <$

277 $\sqrt{3^{x-1}} + 7 \cdot 2^{x+1} = \dfrac{2^{x+1}\sqrt{3^x}}{\sqrt{3 \cdot 4^{x-2}}}$. $\left[\dfrac{\log 4 + \log 3}{\log 3 - \log 4}\right]$

278 $3^x + 5 \cdot 3^{x+1} = 2^{2x-1}$. $\left[\dfrac{5 \log 2}{2 \log 2 - \log 3}\right]$

279 $3^x + \dfrac{6}{3^x} = \dfrac{29}{3}$; $\quad 4^{x-2} = 5$. $\left[2 \text{ e } \dfrac{\log 2 - \log 3}{\log 3};\ 2 + \log_4 5\right]$

280 $3^{1+x} - 7^{2-x} = 3 \cdot 7^{1-x} - 2 \cdot 3^{x+2}$. $\left[\dfrac{1 - \log 3}{\log 3 + \log 7}\right]$

281 $9^{x-1} + 2 \cdot 5^{1-2x} = 3^{2x-3} + 25^{1-x}$. $\left[\dfrac{\log 81 + \log 5 - \log 2}{2 \log 15}\right]$

282 $5 \cdot 3^{1-x} = \dfrac{36 - 3^{x+1}}{3^{2x}} + 2$; $\quad 3 \cdot 8^x = 3^x$. $\left[1 \text{ e } \log_3 6;\ \dfrac{\ln 3}{\ln 3 - \ln 8}\right]$

283 $\dfrac{5^x - 4}{5^x - 1} + \dfrac{4}{25^x - 5^x} = 0$; $\quad 3^x \cdot 4 = 5 \cdot 7^{x+1}$. $\left[\log_5 2;\ \dfrac{\ln 35 - \ln 4}{\ln 3 - \ln 7}\right]$

284 $\dfrac{2}{4^x - 4} - \dfrac{1}{4^x - 2^{x+1}} + \dfrac{2^x - 4}{2^{2x} + 2^{x+1}} = 0$. $[\log_2 3]$

285 $\dfrac{1}{3^x}(2 + 3^x) + \dfrac{4}{1 + 2 \cdot 3^{-x}} = 4$. $\left[\dfrac{\log 2}{\log 3}\right]$

286 $\dfrac{2}{1 - 3^x} + \dfrac{6}{9^x - 1} + \dfrac{2}{3^x + 1} = \dfrac{1}{1 + 3^{-x}}$. $[\log_3 2]$

287 $5 \cdot 3^{1-x} - \dfrac{4 - 3^{x-1}}{9^{x-1}} = 2$. $\left[1;\ \dfrac{\log 6}{\log 3}\right]$

288 $4^{2-x} - 5^{x-1} = 5^{x+1} - \dfrac{1}{2^{2x+1}}$. $\left[\dfrac{\log 165 - \log 52}{\log 5 + \log 4}\right]$

289 $\dfrac{\sqrt{2^{x-2}} + \sqrt{2^{4-x}} + 4}{\sqrt{2^{6-x}} + \sqrt{2^{x-2}}} = \dfrac{7}{4}$. $\left[4;\ \dfrac{2(\log 20 - \log 3)}{\log 2}\right]$

290 $\sqrt{49^{x+1}} + 7^{x-1} = 5^x$. $\left[\dfrac{\log 7 - \log 5 - 1}{\log 7 - \log 5}\right]$

291 $\dfrac{1 - 2^{x+1}}{2^x} + \dfrac{3 + 6 \cdot 2^x}{2^x + 2} = \dfrac{11}{4^x + 2^{x+1}}$. $\left[\dfrac{\log 3 - \log 2}{\log 2}\right]$

292 $\sqrt[4]{81} - \sqrt[3]{9} = 3^{\frac{x+2}{x}} - 4$. $\left[\dfrac{2 \log 3}{\log 2} \text{ non è accettabile perché ...}\right]$

246 $\begin{cases} \dfrac{\left(\frac{2}{5}\right)^x - \left(\frac{4}{25}\right)^{-1}}{4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8} \geq 0 \\ 8 \cdot 3^x + 9 \geq 9^x \end{cases}$; $\begin{cases} 9^x - 3^x - 6 \geq 0 \\ 5^{1-x} + 4 \geq 5^x \end{cases}$ $[x \leq 2 \wedge x \neq -2;\ x = 1]$

247 $\dfrac{(2^x + 2)(2^x - 8)(4^x - \sqrt[3]{2})}{16 - 2^x} \geq 0$. $\left[x \leq \dfrac{1}{6} \vee 3 \leq x < 4\right]$

248 $\begin{cases} 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 \leq 0 \\ 2^{2x+1} + 2^x - 2^{x+3} - 4 \geq 0 \end{cases}$ $[x = 2]$

249 $\dfrac{3^x - 1}{16^x - 3 \cdot 2^{2x} + 2} \leq 0$ $\left[x < 0 \vee 0 < x < \dfrac{1}{2}\right]$

250 $8^{x-1} - 14 \cdot 4^x + 7 \cdot 2^x - 1 < 0$ $[x < -2 \vee -1 < x < 0]$

442 $\left(\log_3 x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\log_3 x = 3\log_3 x^2 - \frac{23}{4}.$ $[9;\ 27]$

443 $\frac{\log\sqrt{x} + 2}{3\log\sqrt{x}} = 2 - \log\sqrt{x}.$ $\left[10^2;\ 10^{\frac{4}{3}}\right]$

444 $\frac{\log x + 1}{\log x - 1} + \frac{\log x - 1}{\log x + 1} = \frac{2}{\log^2 x - 1}.$ $[\![1]\!]$

445 $\frac{\log_a x}{1 - \log_a x^3} = 1 + \frac{\log_a x + 1}{\log_a x - 1}$, con $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$. $[1;\ \sqrt[7]{a^3}]$

446 $2(2 + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x})\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x} = \log_{\frac{1}{2}}x;\quad (2 - \log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x})(2 + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x}) = \log_{\frac{1}{2}}x.$ $\left[2\sqrt{2}\text{ e }1;\ 2^{12}\text{ e }\frac{1}{8}\right]$

447 $(\log_2 x - 1)(\log_2\sqrt{x} - \log_2 x + 1) + 6 = 0.$ $\left[32;\ \frac{1}{4}\right]$

448 $\log\left(7^x + \frac{1}{7^{1-x}}\right) = \log 2 + \log(3 \cdot 5^x + 5^{x-2}).$ $\left[\frac{\log 49}{\log 7 - \log 5}\right]$

449 $x\log 3 + \log(2 \cdot 3^x - 3) + \log 5 = 3\log 3 + \log(2 - 3^{x-2}).$ $[1]$

450 $\log(3^{1+x} + 2^{2-x}) = \log 15 - x\log 2.$ $\left[\frac{\log 11 - \log 3}{\log 6}\right]$

451 $\frac{\log_2(4^{x+1} - 2) - 2x}{2x + 1} = 1;\quad \log_2\log_3 x = 1.$ $[0;\ 9]$

452 $x^{\log x} = 10$. (Considerare i logaritmi decimali di entrambi i membri) $\left[10;\ \frac{1}{10}\right]$

453 $x^{\log\sqrt{x}} = 100;\quad \frac{10}{x^{\log x}} = \frac{\sqrt{10}}{x^{\log\sqrt{x}}}.$ $\left[10^{\pm 2};\ 10\text{ e }\frac{1}{10}\right]$

454 $\frac{1}{2}\log_3\left(10 - \frac{3}{3^{2x-3}}\right) = x - 1.$ $[1;\ 2]$

455 $\log(4 + \sqrt[x]{25}) = \log 3 + \log(28 - \sqrt[x]{25}).$ $[1]$

456 $\log(12 - \sqrt[2x]{8}) - \log(16 + \sqrt[x]{8}) + \log 2 = 0.$ $\left[\frac{3}{2}\text{ non accettabile, perché ...}\right]$

457 $\frac{\log(2\sqrt[x]{3} + 3\sqrt[2x]{3})}{\log(1 + 2\sqrt[4x]{9})} = 1.$ $\left[-\frac{\log 3}{2\log 2}\text{, non accettabile; perché?}\right]$

458 $1 + \log\frac{3^x}{3} = \log 3 + (2x - 1)\log 2.$ $\left[\frac{2\log 3 - \log 20}{\log 3 - 2\log 2}\right]$

459 $\log_2 x - 1 = 2\log_8 x;\quad \log_2(x - 1) = 6 - \log_4(x - 1);\quad 3\log_5 x = \frac{1}{\log_x 5} - 2.$ $\left[8;\ 17;\ \frac{1}{5}\right]$

460 $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5;\quad \log_3 x - 2 = \log_{27} x.$ $[9\text{ e }\sqrt{3};\ 27]$

461 $\frac{3}{2}\log_8 x + \log_2\sqrt{x} = 4;\quad \log_4(x - 3) + \log_{x-3}4 = \frac{17}{4}.$ $[16;\ 3 + \sqrt{2}\text{ e }259]$

544 $\log_2(\log_3(2 - x)) > 2.\quad \log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x + 1)] < -2.$ $[x < -79;\ x > 80]$

545 $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_{\frac{1}{3}}(2x + 3)\right] < 1;\quad \log_4\left[\log_{\frac{1}{3}}(x - 4)\right] < 1.$ $\left[-\frac{3}{2} < x < \frac{\sqrt{3} - 9}{6};\ \ \frac{65}{16} < x < 5\right]$

546 $\log 5 < \log[\log_2(3 + x)];\quad \log_{\frac{1}{4}}[\log_2(1 - x^2)] \leq 2.$ $[x > 29;$ impossibile$]$

547 $\log_3\log_3(2x - 5) < 0.$ $[3 < x < 4]$

PAG.12

286 $\frac{\sqrt[3]{9^{x-1}}\cdot\sqrt[3]{3^x}}{3\cdot\sqrt{27^{1-x}}}=1;\quad 2^{x+1}\sqrt[5]{3^{2x-1}\sqrt{2^x}}=\sqrt{9^x}\cdot\sqrt[4]{2^{2x+1}}.$ $\left[\frac{87}{67};\ -1\right]$

287 $\frac{8-9^x}{1+3^{3-2x}}+\frac{1}{4}=0;\quad \frac{\sqrt[x+2]{32}}{\sqrt[x]{4}}\cdot(2^{x+1})^{\frac{1}{x}}=\sqrt[x^2+2x]{32}.$ $[1;\ 1]$

288 $\frac{3^{x+1}+3^{x-2}}{4}=7\cdot\sqrt[3]{9^{x+3}};\quad 18\cdot\left(\frac{3^{x+1}}{2}-1\right)=\frac{7}{3^x}\cdot 3^{2x+1}.$ $\left[\frac{16}{3};\ 1\right]$

289 $28-5^{\frac{4}{x}}=\frac{1}{3}(4+\sqrt[3]{25});\quad 8+\sqrt[4]{2^{6-x}}=4(3-\sqrt[4]{2^{3-2x}}).$ $[2;\ 3]$

548 $\log\log(x^2-6)<0.$ $[-4<x<-\sqrt{7}\vee\sqrt{7}<x<4]$

549 $\log\log(x^2-15)<0.$ $[-5<x<-4\vee 4<x<5]$

550 $\ln\ln(x-1)\geq 0.$ $[x\geq e+1]$

551 $\log_3\log_{\frac{1}{3}}(1+3x)>0.$ $\left[-\frac{1}{3}<x<-\frac{2}{9}\right]$

552 $\log_3\log_2(x-1)<0.$ $[2<x<3]$

274 $y=\sqrt{3^x-1}+\sqrt{27-9^x}.$ $\left[\left[0;\frac{3}{2}\right]\right]$

275 $y=\sqrt{1.000-100^x}+\frac{1}{10^x-1}.$ $\left[(-\infty;0)\cup\left(0;\frac{3}{2}\right]\right]$

276 $y=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3}-1};\quad y=\sqrt{\frac{2}{3^x}-18}.$ $[(-\infty;3];\ (-\infty;-2]]$

277 $y=\sqrt{1-\frac{1+2^x}{1-2^x}};\quad y=\sqrt{3-2^{1-x}-\left(\frac{1}{4}\right)^x}.$ $[(0;+\infty);\ [0;+\infty)]$

278 $y=\sqrt{(2^{x-1}-1)(3^{2x+1}-9)}.$ $\left[\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty)\right]$

279 $y=\sqrt{129\cdot 2^x-4^{x+2}-8}.$ $[[-4;3]]$

280 $y=\sqrt{2^x-8}+\sqrt{3^x-81}+\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}-\left(\frac{2}{3}\right)^5}.$ $[\{4\}]$

281 $y=\sqrt{2^{3+2x}+23\cdot 2^x-3};\quad y=\sqrt{5^x-5^{1-x}-4}.$ $[[-3;+\infty);\ [1;+\infty)]$

282 $y=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{5x}-\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-3}}+\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}-\left(\frac{4}{9}\right)^x}.$ $[\varnothing]$

283 $y=\sqrt[4]{9^x+2\cdot 3^{x+1}-27};\quad y=(2^{x^2}-1)^{-\frac{1}{2}}.$ $[[1;+\infty);\ \mathbb{R}-\{0\}]$

284 $y=(a^{x^2+5}-a^5)^{-\frac{1}{2}},\ a\in\mathbb{R}-\{1\}.$ $\left[\begin{array}{l}0<a<1:\varnothing\\ a>1:\mathbb{R}-\{0\}\end{array}\right]$

285 $y=\sqrt{|2^x-1|-1}+\sqrt{\frac{-|x-2|}{x^4-1}}.$ $[\{2\}]$

187. * Risolvere graficamente i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x^2+y-4=0 \\ x-y+2=0. \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2-5x-y+6=0 \\ x+y-3=0. \end{cases}$ $[(1,3),\ (-2,0);\ (1,2),\ (3,0)]$

c) $\begin{cases} x+4y-y^2-3=0 \\ x-5y+17=0. \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2-2y=0 \\ x+y-4=0. \end{cases}$ $[(3,4),\ (8,5);\ (2,2),\ (-4,8)]$

e) $\begin{cases} x-\sqrt{4-y}=3 \\ 3x-y-9=0. \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x+y-6=0 \\ x+\sqrt{1+y}=2. \end{cases}$ $[(4,3);\ (-1,8)]$

g) $\begin{cases} \sqrt{\frac{9}{4}-x}+y=\frac{1}{2} \\ x+2y=2. \end{cases}$ h) $\begin{cases} 4x-y-16=0 \\ x-\sqrt{9+y}=1. \end{cases}$ $[(2,0);\ (4,0),\ (2,-8)]$

i) $\begin{cases} 2x+y-3=0 \\ x^2-4x-y+4=0. \end{cases}$ l) $\begin{cases} x^2-y+1=0 \\ x-y=2. \end{cases}$ $[x_1=x_2=1,\ y_1=y_2=1;$ *impossibile*$]$

274 $\dfrac{5^{1-2x}+\sqrt{25^{3-2x}}}{2^{2x-1}+2^{2x-3}}=4;\quad \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-1}=7.$ $\left[\log\sqrt{52};\ 1+\log_{\frac{2}{3}}7\right]$

275 $2\cdot 3^{1-x}+2^{x+2}=\sqrt{3^{1-2x}}+10\sqrt{4^{x-1}}.$ $\left[\dfrac{\log(6-\sqrt{3})}{\log 6}\right]$

276 $\dfrac{\sqrt[3]{5}-4}{3\sqrt[3]{5}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}}$ $\left[\dfrac{1}{2}\log_3 5 \text{ non è accettabile perché ...}\right]$

118. * Determinare per quali valori di k l'equazione $\dfrac{16x^2}{k}+ky^2=1$ rappresenta una circonferenza, per quali un'ellisse con i fuochi sull'asse x e per quali un'ellisse con i fuochi sull'asse y.

$[k=4;\ k>4;\ 0<k<4]$

119. * Determinare per quali valori di k l'equazione $\dfrac{x^2}{2k^2-4}+\dfrac{y^2}{k^2}=1$ rappresenta una circonferenza, per quali un'ellisse con i fuochi sull'asse x e per quali un'ellisse con i fuochi sull'asse y.

$[k=\pm 2;\ k<-2 \text{ e } k>2;\ -2<k<-\sqrt{2} \text{ e } \sqrt{2}<k<2]$