



DOCENTE	SONIA ANTONELLI				
CLASSE	4	SEZIONE		ANNO SCOLASTICO	2025-2026
MATERIA	MATEMATICA				

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

PER TUTTI GLI ALUNNI

Per chi ha in pagella 6 o 7: svolgere su un quaderno tutti gli esercizi contrassegnati da un numero "pari" allegati a questo fascicolo, che si trova anche nella cartella: **L-SciA22** di Google Drive dal titolo:

"4_SCIENTIFICO_MATEMATICA"

Per chi è promosso con 8 o con 9: svolgere su un quaderno tutti gli esercizi del medesimo fascicolo contrassegnati da un numero multiplo di tre.

Gli esercizi devono essere svolti "in orizzontale", come spiegato a lezione (uno per gruppo, poi ricominciare).

Prima di eseguire gli esercizi occorre ripassare molto bene la teoria.

Il quaderno verrà ritirato all'inizio del nuovo anno scolastico.

La prima verifica del nuovo anno scolastico verterà sugli argomenti svolti quest'anno.

Buone vacanze!

Sonia Antonelli

PER GLI ALUNNI CON DEBITO

Svolgere tutti gli esercizi allegati a questo fascicolo, che si trova anche nella cartella: **L-SciA22** di Google Drive dal titolo:

"4_SCIENTIFICO_MATEMATICA"

Prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi occorre studiare molto bene la teoria, secondo il programma contenuto nel Modulo 4.6 "Programma debito formativo"

Gli esercizi devono essere svolti "in orizzontale", come spiegato a lezione (uno per gruppo, poi ricominciare).

Gli esercizi devono essere svolti SU UN QUADERNO che sarà consegnato all'insegnante il giorno della prova a settembre.

Buone vacanze!

Sonia Antonelli

Milano, 29 maggio 2026

Il Docente

Sonia Antonelli



$$\mathbf{615} \quad \text{sen}(x+20^\circ) - \text{sen}(20^\circ+2x) = \text{sen}(20^\circ-2x) + \text{sen}(x-20^\circ) + 2\text{sen}20^\circ$$
$$[x = 90^\circ + k180^\circ, x = \pm 60^\circ + k360^\circ]$$

$$\mathbf{616} \quad \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{8}\right) - \text{sen}\left(6x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$
$$\left[x = \frac{5}{24}\pi + k\frac{\pi}{3}, x = \frac{1}{3}\arctg\frac{1}{2} + \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\mathbf{617} \quad \sqrt{\cos x + 4} + \sqrt{\cos x + 9} = 5$$
$$\left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$$

$$\mathbf{618} \quad \sqrt{\text{sen}^2 x + \text{sen} x + 7} = \sqrt{\text{sen}^2 x - 1} + 3$$
$$\left[x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$$

$$\mathbf{619} \quad \sqrt{\text{ctg}^2 x + 1} + \sqrt{3\text{ctg}^2 x - 1} = \frac{2}{\text{tg} x}$$
$$\left[x = \frac{\pi}{3} + k\pi\right]$$

$$\mathbf{620} \quad \sqrt{2\text{tg} x + 3} + \sqrt{\text{tg} x + 1} = \sqrt{3\text{tg} x + 4}$$
$$\left[x = \frac{3}{4}\pi + k\pi\right]$$

$$\mathbf{621} \quad \frac{1}{1 - \sqrt{\cos x}} + \frac{2}{1 + \sqrt{\cos x}} = \frac{3}{1 - \cos x}$$
$$\left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$$

$$\mathbf{622} \quad \frac{1}{\text{sen} x + \sqrt{1 + \text{sen}^2 x}} + \frac{1}{\text{sen} x - \sqrt{1 + \text{sen}^2 x}} = 1$$
$$\left[x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = -\frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$$

$$\mathbf{623} \quad \sqrt{2 - \sqrt{\text{tg}(x+30^\circ)}} = 1$$
$$[x = 15^\circ + k180^\circ]$$

$$\mathbf{624} \quad (\text{sen} x + 2)^4 - 25(\text{sen} x + 2)^2 + 144 = 0$$
$$\left[x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$$

$$\mathbf{625} \quad \frac{1}{\text{tg} x} + \frac{\text{tg} x - 8}{\text{tg} x + 6} = 0$$
$$[x = 45^\circ + k180^\circ, x \simeq 80^\circ 32' 16'' + k180^\circ]$$

$$\mathbf{626} \quad \text{sen}^2 x (2 \text{sen} x - 9) = 3 - 10 \text{sen} x$$
$$\left[x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$$

$$\mathbf{627} \quad \text{tg}^2 x + 1 = \frac{4\text{tg}^4 x - 10\text{tg}^2 x + 2}{\text{tg}^2 x - 1}$$
$$\left[x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi\right]$$

$$\mathbf{628} \quad \sqrt[3]{\text{tg}^2 x + 8} - \sqrt[3]{4\text{tg} x + 5} = 0$$
$$[x = 45^\circ + k180^\circ, x \simeq 71^\circ 33' 54'' + k180^\circ]$$

$$\mathbf{629} \quad \frac{\text{ctg} \frac{x}{2}}{1 + \cos x} = 1$$
$$\left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$$

$$\mathbf{630} \quad \text{sen}(4x - 18^\circ) + \text{sen}(4x - 40^\circ) = \cos 11^\circ$$
$$[x = 14^\circ 45' + k90^\circ, x = 44^\circ 45' + k90^\circ]$$

$$\mathbf{631} \quad 2 = \frac{1}{\cos 2x - \text{sen} x}$$
$$[x = 18^\circ + k360^\circ, x = 162^\circ + k360^\circ, x = 324^\circ + k360^\circ, x = 306^\circ + k360^\circ]$$

$$\mathbf{632} \quad 2 \text{sen}^2 5x + \cos^2 10x = 3$$
$$\left[x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5}\right]$$

$$\mathbf{633} \quad (2 \text{sen} x - 1)^3 (\cos x + 1)^4 = 0$$
$$\left[x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, x = \pi + 2k\pi\right]$$



$$575 \quad \sqrt{3} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{3} - 2x \right) - \frac{1}{2} = \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) \quad \left[x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \right]$$

$$576 \quad \cos^2(x - 30^\circ) - \operatorname{sen}^2(x + 30^\circ) - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0 \quad [x = \pm 15^\circ + k180^\circ]$$

$$577 \quad \frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x + 1} = \frac{4}{3} \quad \left[x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right]$$

$$578 \quad 4 - 2(\sqrt{3} - 1)\cos x = 4\operatorname{sen}^2 x + \sqrt{3} \quad \left[x = \pm \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \pm \frac{2}{3}\pi + 2k\pi \right]$$

$$579 \quad 4\operatorname{sen}^4(2x + 100^\circ) - 9\operatorname{sen}^2(2x + 100^\circ) + 2 = 0 \\ [x = -65^\circ + k180^\circ, x = -35^\circ + k180^\circ, x = 25^\circ + k180^\circ, x = -125^\circ + k180^\circ]$$

$$580 \quad 3 + 2\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{sec} x = 5\operatorname{sec}^2 x \quad [x = 2k\pi]$$

$$581 \quad \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x = \cos x + \operatorname{sen} x - 1 \quad \left[x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, x = 2k\pi \right]$$

$$582 \quad \operatorname{sen} 10x + \operatorname{sen} 14x + 2\operatorname{sen}^2 x = 1 \quad \left[x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{72} + k\frac{\pi}{6}, x = \frac{5}{72}\pi + k\frac{\pi}{6} \right]$$

$$583 \quad \cos x - \sqrt[4]{\cos^3 x} - 2(\sqrt{\cos x} - \sqrt[4]{\cos x}) = 0 \quad \left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = 2k\pi \right]$$

$$584 \quad 2 \cos^2 6x = 2 - \operatorname{sen}^2 6x \quad \left[x = k\frac{\pi}{6} \right]$$

$$585 \quad 1 + \cos x = \sqrt{2} \cos \frac{x}{2} \quad \left[x = \pi + 2k\pi, x = \pm \frac{\pi}{2} + 4k\pi \right]$$

$$586 \quad (2 - \operatorname{sen} 3x)^2 (8\operatorname{sen}^2 x \cos^2 x - 1)^3 = 0 \quad \left[x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \right]$$

$$587 \quad \operatorname{sen}^2 x - (3 - \sqrt{3})\operatorname{sen} x \cos x + 2 = (\sqrt{3} + 2)\cos^2 x \quad \left[x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{5}{6}\pi + k\pi \right]$$

$$588 \quad \operatorname{sen}(x + 70^\circ) + 1 = (\sqrt{3} - 2)\cos(x + 70^\circ) \quad [x = 200^\circ + k360^\circ, x = 170^\circ + k360^\circ]$$

$$589 \quad \frac{2 \operatorname{sen}^2 x - 1}{\operatorname{sen} x - \cos x} = \sqrt{2} \cos x \quad \left[x = \frac{\pi}{8} + k\pi \right]$$

$$590 \quad 2 \left[\operatorname{sen}(\pi - x) - \operatorname{sen} \left(\frac{3}{2}\pi - x \right) \right] - 1 = 2\operatorname{sen} 2x \quad \left[x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right]$$

$$591 \quad \operatorname{sen}(5x + 15^\circ) - \operatorname{sen}(x + 25^\circ) = \operatorname{sen}(4x + 10^\circ) - \operatorname{sen}(2x + 30^\circ) \\ [x = 23^\circ 20' + k60^\circ, x = -5^\circ + k360^\circ, x = 65^\circ + k120^\circ]$$

$$592 \quad \cos(2\pi - x) + \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1 \quad \left[x = 2k\pi, x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right]$$

$$593 \quad 2 \operatorname{sen}^3 x + \cos^2 x - 13 \operatorname{sen} x = 7 \quad \left[x = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, x = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi \right]$$

$$594 \quad 2 \cos^2 \frac{x}{2} (1 - \cos x) - \operatorname{sen} \frac{x}{2} (1 + \cos x) = 0 \quad \left[x = k\pi, x = \frac{\pi}{3} + 4k\pi, x = \frac{5}{3}\pi + 4k\pi \right]$$



246 $\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} > 0.$ $\left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \pi + 2k\pi < x < \frac{5}{4}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi\right]$

247 $\frac{\cos 2x + \operatorname{sen} x}{1 - \sqrt{2} \cos x} > 0.$ $\left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi + 2k\pi; x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{7}{4}\pi + 2k\pi < x < \frac{11}{6}\pi + 2k\pi\right]$

248 $\frac{\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x}{3 \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x} < 0.$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \pi + 2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi + 2k\pi; \frac{5}{4}\pi + 2k\pi < x < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi\right]$

249 $\frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen} x} + \operatorname{tg} x > 2.$ $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

250 $\frac{\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1}{\operatorname{ctg}^3 x + 1} \geq 0.$ $\left[2k\pi < x \leq \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3}{4}\pi + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi \leq x < \frac{7}{4}\pi + 2k\pi\right]$

251 $\frac{2 \cos^2 x - 1}{\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1} \leq 0.$ $\left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi + 2k\pi; \frac{7}{6}\pi + 2k\pi < x \leq \frac{5}{4}\pi + 2k\pi; -\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x \leq -\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right]$

252 $\frac{\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1}{\operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)} \leq 0.$ $\left[k\pi \leq x < \frac{\pi}{8} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k \leq x < \frac{5}{8}\pi + k\pi\right]$

253 $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x}{3 - 2 \operatorname{sen}^2 x - 3 \cos x} \geq 0.$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi < x \leq \frac{11}{6}\pi + 2k\pi\right]$

254 $\frac{\cos x \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x}{2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1} \geq 0.$ $\left[2k\pi < x < \frac{2}{3}\pi + 2k\pi; \frac{3}{4}\pi + 2k\pi \leq x \leq \pi + 2k\pi; \frac{7}{4}\pi + 2k\pi \leq x < 2\pi + 2k\pi\right]$

255 $\frac{\operatorname{sen}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x \cos x}{2 \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3}} \geq 0.$ $\left[2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{7}{12}\pi + 2k\pi < x < \frac{11}{12}\pi + 2k\pi; \pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi + 2k\pi\right]$

256 $\frac{(3 - \operatorname{tg}^2 x)(1 - \operatorname{tg}^2 x)}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x} \geq 0.$ $\left[-\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2}{3}\pi + k\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi + k\pi\right]$

Risolvere le seguenti disequazioni goniometriche irrazionali nell'intervallo indicato.

182 $\sqrt{4 \operatorname{sen}^2 x + 3} < 2 \operatorname{sen} x + 1,$ $0 < x < 2\pi.$ $\left[\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi\right]$

183 $\sqrt{2 \cos^2 x - 1} < \sqrt{2} \cos x,$ $-\pi < x < \pi.$ $\left[-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right]$

184 $\sqrt{\operatorname{tg}^2 x - 1} < \operatorname{tg} x + 1,$ $0 < x < 2\pi.$ $\left[\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}; \frac{5}{4}\pi < x < \frac{3}{2}\pi\right]$



- 185 $\sqrt{\sin^2 x - 3 \cos^2 x} > 2 \sin x + 1, \quad 0 < x < 2\pi. \quad \left[\frac{4}{3}\pi < x < \frac{5}{3}\pi \right]$
- 186 $\sqrt{3 - 4 \cos^2 x} > 3 \sin x + 1, \quad 0 < x < 2\pi. \quad \left[\frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi \right]$
- 187 $\sqrt{\sin^2 x - \cos^2 x} < \sin x + \cos x, \quad 0 < x < 2\pi. \quad \left[\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}; \frac{5}{4}\pi < x < \frac{3}{2}\pi \right]$
- 188 $1 + 2 \sin x > \sqrt{7 - 4 \cos^2 x}, \quad 0 < x < 2\pi. \quad \left[\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi \right]$
- 189 $\sqrt{2 \cos^2 x - 1} + \cos x > \sin x, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}. \quad \left[-\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{4}, \pi < x < \frac{5}{4}\pi \right]$

Risolvere in \mathbb{R} le seguenti disequazioni goniometriche irrazionali.

- 190 $\sqrt[3]{\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}} \geq 0. \quad \left[k\pi < x \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \right]$
- 191 $\sqrt[3]{\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)} < 1. \quad \left[-\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi \right]$
- 192 $\sqrt{\operatorname{tg}^2 x - 1} \geq \sqrt{2}. \quad \left[\frac{\pi}{3} + k\pi \leq x \leq \frac{2}{3}\pi + k\pi; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right]$
- 193 $\sqrt{1 + \sin^2 x} < 1 - \sin x. \quad \left[\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi \right]$
- 194 $\sqrt{\sin^2 x - 3 \cos^2 x} < 2 \sin x + 1. \quad \left[\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{2}{3}\pi + 2k\pi \right]$
- 195 $\sqrt{\operatorname{ctg} x} \leq \operatorname{ctg} x - 1. \quad \left[k\pi < x \leq \alpha + k\pi; \operatorname{tg} \alpha = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 0 < \alpha < \frac{\pi}{4} \right]$
- 196 $\sqrt{3 \operatorname{tg}^2 x - 1} - \sqrt{3} \operatorname{tg} x < 0. \quad \left[\frac{\pi}{6} + k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + k\pi \right]$
- 197 $\sqrt{3 \operatorname{tg}^2 x - 1} - \sqrt{3} \operatorname{tg} x > 0. \quad \left[\frac{\pi}{2} + k\pi < x \leq \frac{5}{6}\pi + k\pi \right]$
- 198 $\sqrt{2 \sin^2 x - 1} < \sin x + \cos x. \quad \left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right]$
- 199 $\sqrt{2 \sin x} < \sin x + 1. \quad \left[2k\pi \leq x \leq (2k - 1)\pi \right]$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

- 661 $\begin{cases} 2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 > 0 \\ \frac{1}{\cos x} > 0 \end{cases} \quad \left[\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi < x < \frac{5}{3}\pi + 2k\pi \right]$
- 662 $\begin{cases} -\frac{3}{\operatorname{tg} x} > 0 \\ \operatorname{tg} x + 1 < 0 \end{cases} \quad \left[\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{3}{4}\pi + k\pi \right]$
- 663 $\begin{cases} 4 \sin^2 x - 2(1 + \sqrt{3}) \sin x + \sqrt{3} < 0 \\ -2 \operatorname{tg} x > 0 \end{cases} \quad \left[\frac{2}{3}\pi + 2k\pi < x < \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right]$
- 562 $\begin{cases} \operatorname{tg} x > 1 \\ \sin x > 0 \end{cases} \quad \left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right]$



$$\mathbf{533} \quad 2 \operatorname{sen} \frac{5x}{2} + \operatorname{cosec} \frac{5x}{2} + 3 = 0 \quad \left[x = \frac{3}{5}\pi + 4k\frac{\pi}{5}, x = \frac{7}{15}\pi + 4k\frac{\pi}{5}, x = \frac{11}{15}\pi + 4k\frac{\pi}{5} \right]$$

$$\mathbf{534} \quad 2(1 - \cos^2 2x) + 3 = 14 \operatorname{sen} x \cos x \quad \left[x = \frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{5}{12}\pi + k\pi \right]$$

$$\mathbf{535} \quad 3 \operatorname{ctg} x + \sqrt{3}(\operatorname{tg} x - 1) = 3 \quad \left[x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{3} + k\pi \right]$$

$$\mathbf{536} \quad 2 \cos x + \operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 5x = 0 \quad \left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \right]$$

$$\mathbf{537} \quad 2 \operatorname{sen}^2(50^\circ - 5x) + \operatorname{sen}(130^\circ + 5x) = 0 \quad [x = 10^\circ + k36^\circ, x = 16^\circ + k72^\circ, x = 40^\circ + k72^\circ]$$

$$\mathbf{538} \quad \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} + \cos x - \cos^2 x = \operatorname{sen}^2 x \quad [x = 2k\pi]$$

$$\mathbf{539} \quad \cos^2 \frac{x}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} + \cos(3x + 60^\circ) = 0 \quad [x = 30^\circ + k90^\circ, x = 60^\circ + k180^\circ]$$

$$\mathbf{540} \quad \operatorname{sen}^2(18^\circ - x) + \operatorname{sen}(18^\circ - x)\cos(18^\circ - x) = 1 + \cos^2(18^\circ - x) \quad [x = -72^\circ + k180^\circ, x = -45^\circ 26' 6'' + k180^\circ]$$

$$\mathbf{541} \quad \cos x(\operatorname{ctg} x - 1) = \sqrt{3}(\cos x - \operatorname{sen} x) \quad \left[x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi \right]$$

$$\mathbf{542} \quad \frac{\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 3}{\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 6} = 0 \quad \left[x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

$$\mathbf{543} \quad \cos x(2 \operatorname{sen} x - 1) > 0 \quad \left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi < x < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right]$$

$$\mathbf{544} \quad 5 \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x < 1 \quad \left[\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{5}{3}\pi + 2k\pi \right]$$

$$\mathbf{545} \quad (\sqrt{3} \operatorname{sen} x - \cos x)^6 > 0 \quad \left[x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \right]$$

$$\mathbf{652} \quad (\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1)(\operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^2 x) \geq 0 \quad \left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi < x \leq 2\pi + 2k\pi \right]$$

$$\mathbf{653} \quad \frac{\sqrt{3} - \operatorname{ctg} x}{2 \operatorname{sen} x - 1} > 0 \quad \left[2k\pi \leq x \leq \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \text{ con } x \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \pi + 2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi + 2k\pi \right]$$

$$\mathbf{654} \quad \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x < 0 \quad \left[\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2} \right]$$

$$\mathbf{655} \quad |\operatorname{tg} x + 1| > 0 \quad \left[x \neq \frac{3}{4}\pi + k\pi \right]$$

$$\mathbf{656} \quad \frac{|\operatorname{sen} x| + 2}{\cos^2 x - \cos x + 1} > 0 \quad [\text{Ogni valore di } x]$$

$$\mathbf{657} \quad \frac{(3 \operatorname{sen} x - 2)^4 (2 \operatorname{tg} x + 1)^6}{\operatorname{tg}^2 x + 1} \geq 0 \quad [\text{Ogni valore di } x]$$



595 $\sqrt{3} - 1 + \operatorname{tg}(2x + 60^\circ) = \sqrt{3} \operatorname{tg}(30^\circ - 2x)$

$[x = -7^\circ 30' + k90^\circ, x = 30^\circ + k90^\circ]$

596 $\cos x(2 \cos x - 1) + \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} 2x$

$[x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi]$

597 $\operatorname{sen}(5x + 35^\circ) + \operatorname{sen}(95^\circ - 5x) = 2 \operatorname{sen} 65^\circ$

$[x = 6^\circ + k72^\circ]$

598 $\sqrt{2} \operatorname{tg}^2 x - \frac{1 - \sqrt{2}}{\operatorname{ctg} x} = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x$

$[x = 135^\circ + k180^\circ, x = 35^\circ 15' 52'' + k180^\circ]$

599 $2 \cos^2(38^\circ + x) + \sqrt{3} \operatorname{sen}(52^\circ - x) = 0$

$[x = 52^\circ + k180^\circ, x = 112^\circ + k360^\circ, x = -188^\circ + k360^\circ]$

600 $\frac{\operatorname{sen} 2x}{1 - \cos 2x} = \operatorname{ctg}^5 x$

$[x = 90^\circ + k180^\circ, x = 45^\circ + k90^\circ]$

601 $5(\operatorname{sen}^4 x + \cos^4 x) = 2(1 + 3 \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x)$

$[x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi]$

602 $\sqrt{3} \operatorname{sen} x = 6 \cos^2 \frac{x}{2}$

$[x = \frac{2}{3} \pi + 2k\pi, x = \pi + 2k\pi]$

603 $\operatorname{sen} 6x + \operatorname{sen} 2x = \sqrt{3}(1 - 2 \cos^2 x)$

$[x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}]$

604 $2 \operatorname{sen}(2x - 60^\circ) = 11 - \frac{5}{\operatorname{sen}(2x - 60^\circ)}$

$[x = 45^\circ + k180^\circ, x = 105^\circ + k180^\circ]$

605 $\cos(x + 20^\circ) \cos(7x - 20^\circ) = \cos(3x + 5^\circ) \cos(5x - 5^\circ)$

$[x = 7^\circ 30' + k90^\circ, x = 6^\circ 15' + k45^\circ]$

606 $\operatorname{sen}(\pi - x) + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{2 + \operatorname{sen} 2x}{2}$

$[x = 2k\pi, x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$

607 $2(\sec^3 x - 1) = \sec x(5 + \sec x)$

$[x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, x = \pi + 2k\pi]$

608 $2 \cos(2\pi - x) - \sqrt{3} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$

$[x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi]$

609 $\frac{2 \operatorname{sen}^2 2x + 3\sqrt{3}}{2} = (\sqrt{3} + 6) \operatorname{sen} x \cos x$

$[x = \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \frac{\pi}{3} + k\pi]$

610 $\cos\left(2x - \frac{4}{5}\pi\right) + \cos\left(x - \frac{2}{5}\pi\right) = 2$

$[x = \frac{2}{5}\pi + 2k\pi]$

611 $\frac{\cos\left(\frac{5}{6}\pi + x\right) + 2 \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg}\left(x - \frac{7}{6}\pi\right)} = 0$

[Impossibile]

612 $\frac{\cos^2 x + 5}{3 \cos x - 1} = \sqrt{3}$

[Impossibile]

613 $2(\operatorname{sen}^4 x - 1) + \cos^2 x(3 \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x) = 0$

$[x = \frac{\pi}{2} + k\pi]$

614 $2 \operatorname{sen}^4 x + 2 \cos^2 x(2 \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) = 1$

$[x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi]$



- 299** AOB è un quadrante di cerchio di centro O e raggio r e P è il punto medio dell'arco \widehat{AB} . Nel quadrante inscrivere un rettangolo $HLMN$ avente i due vertici H ed L sull'arco \widehat{AB} e gli altri due sui raggi OA e OB . Determina per quale valore dell'angolo $x = \widehat{HOP}$ il rapporto tra il perimetro del rettangolo e il raggio del quadrante è $\sqrt{6}$. $[x = 15^\circ]$

Risolvi i seguenti problemi assumendo come incognita l'ampiezza di un angolo.

- 300** In un cerchio di raggio r , AB è una corda la cui lunghezza è uguale a quella del lato del triangolo equilatero inscritto. Determina sull'arco maggiore \widehat{AB} un punto P tale che risulti $\overline{AP} + \overline{PB} = 3r$. $[\text{Posto } \widehat{PAB} = x, \text{ si ottiene } x = 30^\circ \text{ e } x = 90^\circ]$

- 301** Data una semicirconferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$, determina su di essa un punto M in modo che se si conduce il raggio OP parallelo ad AM , si abbia $\overline{AM} + \overline{MP} = r\sqrt{5}$.

$$\left[\text{Posto } \widehat{MAB} = x, \text{ si ottiene } x = 36^\circ \text{ e } \text{sen } \frac{x}{2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \right]$$

- 302** In un cerchio di raggio r traccia una corda AB congruente al lato del quadrato inscritto. Quindi determina sull'arco maggiore \widehat{AB} un punto C in modo che la somma dei quadrati delle misure dei lati del triangolo ABC sia $r^2(5 + \sqrt{3})$. $[\text{Posto } \widehat{CAB} = x, \text{ si ottiene } x = 30^\circ \text{ e } x = 105^\circ]$

- 303** Nel triangolo ABC è $\overline{AB} = l$ e $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Determina l'ampiezza dell'angolo $x = \widehat{ABC}$ per la quale è uguale a $(7 - 3\sqrt{3})l^2$ la somma dei quadrati dei lati del triangolo.

$$\left[x = 45^\circ; \text{tg } x = \frac{8 - 3\sqrt{3}}{37} \right]$$

- 304** In un cerchio di raggio r la corda AB dista $\frac{r}{2}$ dal centro. Condotte per A e B le tangenti alla circonferenza e detto C il loro punto d'intersezione, traccia la semiretta uscente da C che intersechi la corda AB in M , in modo che si abbia:

$$\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 = 3(13 - 7\sqrt{3})r^2.$$

$$\left[\text{Posto } \widehat{ACM} = x, \text{ si ottiene } x = 15^\circ \text{ e } \text{tg } x = \frac{24 - 9\sqrt{3}}{37} \right]$$

- 305** Sia M il punto medio di un segmento AB . Su AM costruisci il triangolo equilatero AMC . Conduci poi, nel semipiano opposto a quello del triangolo AMC rispetto ad AB , una semiretta di origine B che incontri in D il prolungamento di CM . Determina l'ampiezza x dell'angolo \widehat{ABD}

$$\text{in modo che si abbia } \overline{AM}^2 = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{BD}}{3}. \quad [x = 90^\circ]$$

- 306** In una circonferenza di centro O la corda AB è congruente al lato del quadrato inscritto. Condotto per il punto B la semiretta tangente alla circonferenza che giace, rispetto ad AB , nel semipiano che contiene il centro O , determina sulla semiretta un punto P tale che si abbia:

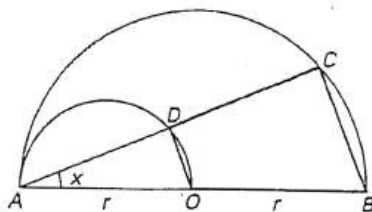
$$\frac{\overline{BA} + \overline{AP}}{\overline{BP}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}.$$

$$\left[\text{Posto } \widehat{BAP} = x, \text{ si ottiene } x = 30^\circ \right]$$

- 307** In un triangolo ABC è $\overline{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $\overline{BC} = a$ e $\widehat{ACB} = 2\widehat{ABC}$. Calcola l'ampiezza dell'angolo \widehat{ABC} . $[15^\circ]$



- 266** Considerata la figura, determina per quale valore di x il quadrilatero $OBCD$ ha area uguale a $\frac{3}{8}r^2$.



$$[x = 15^\circ; x = 75^\circ]$$

- 267** Riferendoti alla figura dell'esercizio precedente, stabilisci per quale valore di x il perimetro del quadrilatero $OBCD$ è $\frac{3}{2}r(\sqrt{3}+1)$.

$$\left[x = 60^\circ; x = 2 \operatorname{arctg} \frac{5\sqrt{3}-6}{3} \right]$$

- 268** Determina le ampiezze degli angoli acuti di un triangolo rettangolo sapendo che il rapporto tra la somma dei cateti e l'altezza relativa all'ipotenusa è $2\sqrt{6}$.

$$[15^\circ, 75^\circ]$$

- 269** È dato un triangolo ABC , rettangolo in A , nel quale il rapporto tra i cateti AB e AC è $\frac{4}{3}$. Conduci per A una retta r non secante il triangolo in modo che, dette B' e C' le proiezioni ortogonali di B e C sulla r , valga la relazione:

$$\overline{AB'}^2 + \overline{AC'}^2 = \frac{50+7\sqrt{2}}{100} \overline{CB}^2.$$

$$[\widehat{BAB'} = 22^\circ 30']$$

- 270** È dato il triangolo ABC , rettangolo in A , la cui ipotenusa BC misura $10a$ e il cui cateto AC è $\frac{3}{4}$ di AB . Traccia per A una retta r non secante il triangolo e determina l'angolo x che la r deve formare con AB affinché l'area del quadrilatero $BCC'B'$ (con C' e B' proiezioni ortogonali di C e B su r) sia $49a^2$.

$$[x = 45^\circ]$$

- 271** Nel rettangolo $ABCD$ è $\overline{AB} = 3a$ e $\overline{BC} = a$. Detto P un punto del lato DC determina l'ampiezza x dell'angolo \widehat{PAB} in modo che risulti:

$$\overline{AP}^2 + \overline{PB}^2 = \frac{35-6\sqrt{3}}{3} a^2.$$

$$\left[x = 60^\circ; x = \operatorname{arctg} \frac{9+\sqrt{3}}{26} \right]$$

- 272** Su una semicirconferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$ determina un punto C in modo che, detta Q la proiezione ortogonale di C su AB e detto P il punto medio di AO , si abbia:

$$\overline{PC}^2 + \overline{CQ}^2 = \frac{5}{2} r^2.$$

$$[\widehat{COB} = 60^\circ]$$

- 273** Dato un arco AB , quarta parte di una circonferenza di raggio r e centro O , traccia la tangente a esso in A e determina sull'arco AB un punto P in modo che, detta Q l'intersezione della semiretta OP con la tangente in A , si abbia:

$$\frac{PQ}{PA} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

$$[\widehat{POA} = 36^\circ]$$

- 274** Nel triangolo ABC , isoscele sulla base AB , la somma della base e dell'altezza a essa relativa è $\frac{r}{2}(2+3\sqrt{2})$, essendo r il raggio del cerchio circoscritto al triangolo. Determina l'ampiezza $2x$ dell'angolo \widehat{ACB} .

$$\left[2x = 45^\circ; 2x = 2 \operatorname{arctg} \frac{5\sqrt{2}-1}{7} \right]$$



275 Data una semicirconferenza di diametro $\widehat{AB} = 2r$, conduci una corda AC che formi con AB un angolo $\widehat{BAC} = 2x$. Detto D il punto medio dell'arco CB , determina x in modo che risulti:

$$\widehat{AC} + \widehat{AD} = r\sqrt{3}. \quad [x = 36^\circ]$$

276 In un quadrante AOB di cerchio, di raggio r , inscrivi un rettangolo con due vertici sull'arco \widehat{AB} e di area $r^2(\sqrt{2} - 1)$. $[x = 22^\circ 30']$

RIFLETTI

Sia P uno dei vertici, sull'arco, e OT la bisettrice dell'angolo \widehat{AOB} ; poni $\widehat{POT} = x$.

277 Dato il triangolo rettangolo ABC , di ipotenusa $\widehat{BC} = 2a$, conduci per M , punto medio dell'ipotenusa, la retta perpendicolare all'ipotenusa stessa e sia P la sua intersezione con il cateto maggiore AB . Determina l'ampiezza dell'angolo \widehat{CBA} per la quale il perimetro del triangolo BMP vale $3a$.

$$[\widehat{CBA} = \arctg \frac{3}{4}]$$

278 In un triangolo ABC si ha $\widehat{BC} = 2a$ e la mediana $\widehat{AM} = a$. Detta H la proiezione ortogonale di A su BC , determina l'ampiezza x dell'angolo \widehat{ABC} perché si abbia $\widehat{AH} + \widehat{BH} = \frac{4a}{9}(4 + \sqrt{2})$.

$$[\text{tg } x = \frac{\sqrt{2}}{4}; \text{tg } x = \frac{9 - 4\sqrt{2}}{7}]$$

279 Dato un cerchio di raggio r e centro O , determina un suo angolo al centro $\widehat{AOB} = x$ in modo che, costruito il quadrato $ABCD$ sulla corda AB , dalla parte opposta al centro O , sia $\frac{9 - 4\sqrt{3}}{4}r^2$ l'area del pentagono $AOBCD$. $[x = 30^\circ]$

280 Determina le ampiezze degli angoli acuti di un triangolo rettangolo di ipotenusa a , sapendo che facendo ruotare il triangolo di un giro completo attorno all'ipotenusa si ottiene un solido di volume

$$\frac{\pi(2 - \sqrt{2})a^3}{48} \quad [11^\circ 15' \text{ e } 78^\circ 45']$$

281 Una piramide regolare di vertice V ha per base un quadrato $ABCD$. Determina l'ampiezza dell'angolo $\widehat{AVB} = 2x$ sapendo che il rapporto tra l'area totale e quella laterale è $3 - \sqrt{3}$. $[\widehat{AVB} = 30^\circ]$

282 Dato un triangolo ABC , isoscele sulla base AB , determina per quale valore dell'angolo \widehat{ACB} è uguale a $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ il rapporto tra i volumi dei due solidi generati da una rotazione completa del triangolo rispettivamente attorno alla base AB e al lato BC .

$$[\widehat{ACB} = 36^\circ]$$

283 Determina la semiapertura x di un cono circolare retto circoscritto a una sfera di raggio r , sapendo che il raggio della base è $\frac{3}{2}r$. $[x = \arctg \frac{5}{12}]$

284 In un parallelepipedo rettangolo a base quadrata il rapporto tra l'area totale e l'area laterale è $\frac{6 + \sqrt{2}}{4}$. Determina l'ampiezza dell'angolo che la diagonale forma con il piano di base. $[22^\circ 30']$

285 Dato un triangolo equilatero ABC , traccia da A una semiretta t che intersechi il lato BC tale che il rapporto tra le distanze dei punti C e B da t sia uguale a $\frac{(\sqrt{3} - 1)}{2}$. $[x = 45^\circ]$

RIFLETTI

Indica con x l'ampiezza dell'angolo che la semiretta t forma con il lato AB .

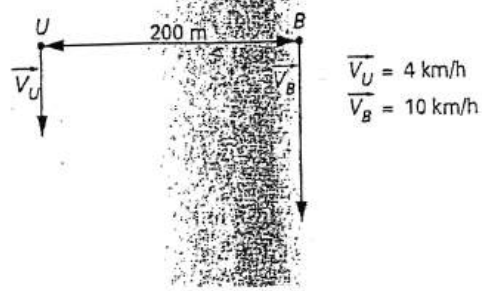
286 Dato un triangolo isoscele ABC con l'angolo $\widehat{A} = 120^\circ$, traccia da A una semiretta t che intersechi la base BC tale che il rapporto tra le distanze dei punti C e B da t sia uguale a $\frac{(\sqrt{3} + 1)}{2}$. $[x = 45^\circ]$

RIFLETTI

Indica con x l'ampiezza dell'angolo che la semiretta t forma con il lato AB .

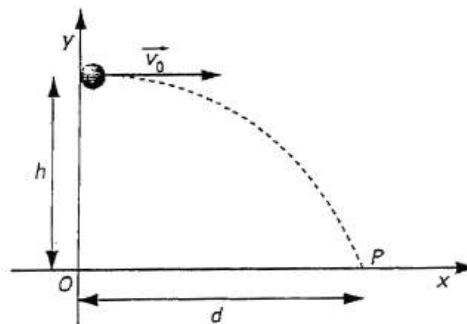


- 48 In figura sono rappresentati un uomo U e un battello B . Questi partono contemporaneamente, muovendosi, il primo lungo la riva di un canale rettilineo, il secondo costeggiando la sponda opposta del canale stesso. Determina l'angolo acuto formato con le sponde dal segmento che unisce l'uomo al battello, dopo 6 minuti dall'inizio del moto. [18°26']



Inizialmente il segmento che unisce l'uomo al battello è perpendicolare alle sponde del canale.

- 49 Una palla da golf viene lanciata orizzontalmente da un punto che sta a quota $h = 30$ m al di sopra del piano orizzontale del terreno e colpisce il terreno in un punto che dista $d = 142$ m in direzione orizzontale dal punto di lancio. Supposti nulli gli attriti e gli spostamenti dell'aria, determina l'equazione della traiettoria percorsa dalla palla rispetto al sistema di riferimento xOy rappresentato in figura. Calcola poi la velocità iniziale \vec{v}_0 della palla e il tempo impiegato per raggiungere il suolo.

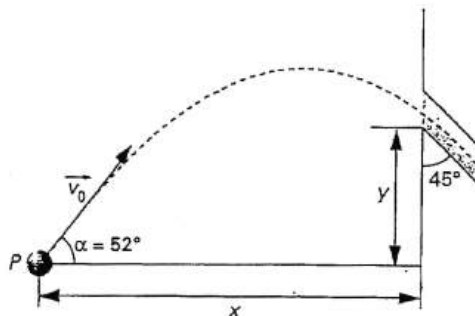


La palla lanciata orizzontalmente con velocità iniziale \vec{v}_0 raggiunge il suolo in P .

$$\left[y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h, v_0 = 57,4 \text{ m/s}, t = 2,5 \text{ s} \right]$$

- 50 Nella figura è rappresentato il lancio di un proiettile che deve imboccare un tubo, inclinato di 45° rispetto alla direzione verticale, la cui distanza in orizzontale dal punto P di lancio è x e la cui quota al di sopra di P è y . Se si lancia il proiettile con una velocità iniziale v_0 di 46 m/s, inclinata di $\alpha = 52^\circ$ rispetto alla direzione orizzontale, il tubo viene imboccato proprio nella direzione del suo asse. Determina quanto tempo impiega il proiettile per raggiungere l'imboccatura del tubo e i valori di x e y (si trascurino gli attriti e gli spostamenti dell'aria).

$$[6,59 \text{ s}, x = 186,6 \text{ m}, y = 26,1 \text{ m}]$$

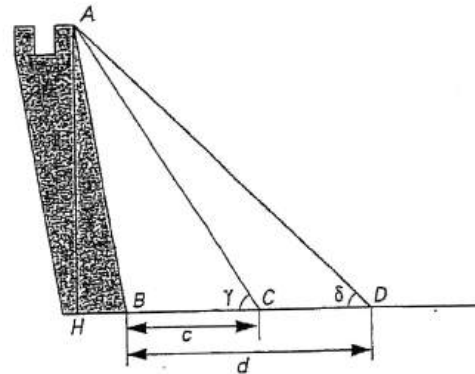


Il proiettile lanciato con velocità \vec{v}_0 imbocca il tubo nella direzione del suo asse.



70 Nella figura è rappresentata una torre "pendente". C e D sono due punti giacenti nel medesimo piano orizzontale del piede B della torre. Note le distanze $\overline{BC} = c$ e $\overline{BD} = d$ e gli angoli di visuale $\widehat{BCA} = \gamma$, $\widehat{BDA} = \delta$, risolvi le seguenti questioni:

- determina la formula che dà l'altezza verticale \overline{AH} della torre;
- calcola l'altezza verticale \overline{AH} della torre e la lunghezza del fianco \overline{AB} per $c = 24$ m, $d = 50$ m, $\gamma = 39^\circ 50'$, $\delta = 28^\circ 12'$.

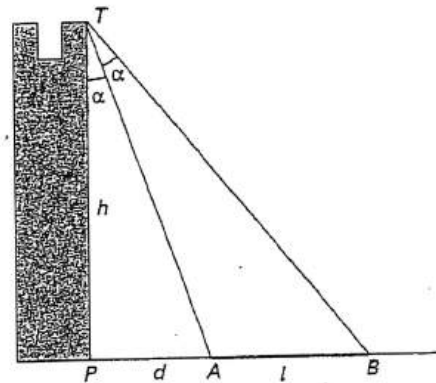


\overline{AB} è la fiancata di una torre pendente; \overline{AH} ne è l'altezza verticale.

$$\left[\text{a) } \overline{AH} = \frac{d-c}{\text{ctg } \delta - \text{ctg } \gamma}; \text{ b) } \overline{AH} = 39,03 \text{ m}, \overline{AB} = 45,20 \text{ m} \right]$$

71 Nella figura è rappresentata una torre posta nelle vicinanze di un fiume. Dalla cima T della torre, guardando nella direzione ortogonale a quella del corso d'acqua, la distanza del piede P della torre dal punto A della sponda più vicina e la larghezza l del fiume sono viste sotto il medesimo angolo. Risolvi le seguenti questioni:

- esprimi la larghezza l del fiume in funzione di $h = \overline{PT}$ e $d = \overline{PA}$;
- per $h = 84$ m e $d = 50$ m determina la misura di l e l'ampiezza α dell'angolo sotto il quale da T è vista la larghezza del fiume.



Dalla cima T della torre la distanza del piede della torre dalla prima sponda e la larghezza del fiume sono viste sotto il medesimo angolo.

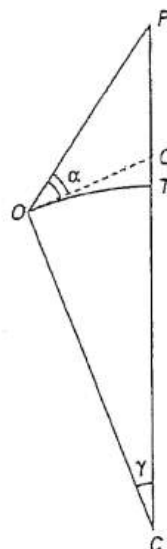
$$\left[\text{a) } l = d \frac{h^2 + d^2}{h^2 - d^2}; \text{ b) } l = 105 \text{ m}, \alpha = 30^\circ 46' \right]$$

72 Un osservatore O , posto sulla superficie del mare, vede la cima P di un faro ma non la sua base T posta anch'essa sulla superficie del mare (vedi figura). Supposti noti il raggio $r = \overline{OC}$ della Terra, l'ampiezza dell'angolo $\gamma = \widehat{OCT}$ e l'angolo α che \overline{OP} forma con l'orizzontale passante per O , determina l'altezza \overline{PT} del faro.

$$\left[\text{Abbiamo: } \overline{OT} = 2r \text{ sen } \frac{\gamma}{2}, \widehat{POT} = \alpha + \frac{\gamma}{2}, \right.$$

$$\widehat{OTQ} = \frac{\pi + \gamma}{2} \text{ e, per il teorema dei seni,}$$

$$\left. \overline{PT} = \frac{2r \text{ sen } \frac{\gamma}{2} \text{ sen } \left(\alpha + \frac{\gamma}{2} \right)}{\cos(\gamma + \alpha)} \right]$$



L'osservatore O , posto sulla superficie del mare, di un faro PT vede soltanto la parte PQ .



256 Da un punto P esterno a una circonferenza di raggio r si conducano le due tangenti. Calcola l'area della parte finita di piano limitata dalle due tangenti e dall'arco minore di circonferenza avente per estremi i punti di contatto, sapendo che l'angolo formato dalle due tangenti è ampio 120° .

$$\left[r^2 \frac{2\sqrt{3} - \pi}{6} \right]$$

257 Determina l'ampiezza x di un angolo acuto di un triangolo rettangolo, in modo che il cateto a esso opposto sia $\frac{3}{2}$ della proiezione dell'altro cateto sull'ipotenusa.

$$\left[\text{sen } x = \frac{\sqrt{10} - 1}{3} \right]$$

258 Su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 10a$ determina un punto P in modo che sia $\overline{PA} + \overline{PB} = 5a(1 + \sqrt{3})$.

[si assuma come incognita l'ampiezza x dell'angolo \widehat{PAB} ; si trova $x = 30^\circ$ e $x = 60^\circ$]

259 Sia data una semicirconferenza di diametro AB ; sia P un suo punto e H la proiezione ortogonale di questo su AB . Determina per quale valore dell'angolo $\widehat{PAB} = x$ si ha $\overline{PH} = \frac{1}{4}\overline{AB}$.

$$[x = 15^\circ; x = 75^\circ]$$

260 È dato un segmento AB di misura 12 cm. Per il suo punto medio M si tracci una semiretta MZ e si indichi con H la proiezione ortogonale di A su di essa. Determina l'ampiezza x dell'angolo \widehat{AMZ} in modo che si abbia:

$$4\overline{AH} + 6\overline{HM} + \overline{MB} = 18(1 + \sqrt{3}) \text{ cm.}$$

$$\left[\text{Si trova } x = 30^\circ \text{ e } \text{tg } \frac{x}{2} = \frac{13\sqrt{3} - 10}{37} \right]$$

261 Sia ABC un triangolo equilatero il cui lato misura 2 dm. Dal vertice A e passante internamente al triangolo si conduca una retta r e siano B' e C' rispettivamente le proiezioni ortogonali di B e C sulla r . Determina l'ampiezza x dell'angolo che la r deve formare con il lato AB perché risulti:

$$\overline{AB'}^2 + \overline{AC'}^2 = (4 + \sqrt{3}) \text{ dm}^2.$$

$$[x = 45^\circ; x = 15^\circ]$$

262 Su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ si prenda un punto C e sul diametro AB un punto D tale che $\overline{AD} = \overline{AC}$. Determina per quale valore di $x = \widehat{CAB}$ l'area del triangolo CAD è $\frac{3}{4}r^2$.

$$\left[x = 30^\circ, x = \arcsen \frac{\sqrt{13} - 1}{4} \right]$$

263 Sia ABC un triangolo isoscele il cui angolo al vertice \widehat{BAC} è ampio 150° e i cui lati congruenti misurano $2a$. Per il vertice A si conduca una retta r che attraversi il triangolo e siano B' e C' rispettivamente le proiezioni ortogonali di B e C su di essa. Determina l'ampiezza x dell'angolo che la r deve formare con il lato AB perché risulti:

$$\overline{BB'} + \overline{CC'} = a(2 + \sqrt{3}).$$

$$[x = 60^\circ; x = 90^\circ]$$

264 Su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ si prenda un punto C e sulla corda AC si costruisca, esternamente al triangolo ACB , il quadrato $ACDE$. Determina per quale valore dell'angolo $x = \widehat{CAB}$ l'area del trapezio $ABDE$ vale $3r^2$.

$$[x = 45^\circ]$$

265 Nel triangolo ABC , rettangolo in A , l'ipotenusa misura a . Determina l'angolo $x = \widehat{ABC}$ in modo che il rapporto tra il cateto AB e la proiezione del cateto AC sull'ipotenusa sia $\frac{5}{2}$.

$$\left[x = \arccos \frac{\sqrt{26} - 1}{5} \right]$$