	ISTITUTO ZACCARIA	MOD. 4.11 SCI
	PROGRAMMA LAVORO ESTIVO	REV. 07 *dell'01.10.2015*

DOCENTE	SONIA ANTONELLI				
CLASSE	3	SEZIONE		ANNO SCOLASTICO	2020-2021
MATERIA	MATEMATICA				

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE	
LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE **PER TUTTI GLI ALUNNI** Per chi ha in pagella 6 o 7: svolgere su un quaderno tutti gli esercizi "pari" allegati a questo fascicolo. Pe chi è promosso con 8 o con 9: svolgere su un quaderno tutti gli esercizi contrassegnati da un numero multiplo di tre. Gli esercizi devono essere svolti "in orizzontale", come spiegato a lezione (uno per gruppo, poi ricominciare). Prima di eseguire gli esercizi occorre ripassare molto bene la teoria. Il quaderno verrà ritirato all'inizio del nuovo anno scolastico. Ricordo ancora una volta la possibilità di utilizzare la piattaforma Redooc per il ripasso. La prima verifica del nuovo anno scolastico verterà sugli argomenti svolti quest'anno. Buone vacanze! Sonia Antonelli	**PER GLI ALUNNI CON DEBITO** Svolgere tutti gli esercizi del fascicolo che si trova nella cartella L-Matematica di Google Drive dal titolo "Mod.4.11 - Matematica - 3 Scientifico" Prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi occorre studiare molto bene la teoria, secondo il programma contenuto nel Modulo 4.6 "Programma debito formativo" Gli esercizi devono essere svolti SU UN QUADERNO che sarà consegnato all'insegnante il giorno della prova a settembre. Buone vacanze! Sonia Antonelli

Milano, 8 giugno 2021 **Il Docente**

Sonia Antonelli

Risolvi le seguenti equazioni.

555 $\log_2(x-2)+3=\log_2\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\log_2 64$ $\left[x=\frac{16}{5}\right]$

556 $\frac{\log(x^2+2x-8)}{\log(x+12)}=1$ $[x=-5 \vee x=4]$

557 $\log 21-\log(x+5)-\log(23-x)=-\log 7$ $[x=2 \vee x=16]$

558 $\log_2(3x-1)+\log_2 x=2\log_2 x-\log_2(x+1)$ $\left[x=\frac{-1+\sqrt{13}}{6}\right]$

559 $\log_3(x+1)=\log_3(x^2+9)-2$ $[x=0 \vee x=9]$

560 $\log(5+x)=\frac{1}{2}\log 2+\frac{1}{2}\log(x+3)+\log 2$ $[x=-1]$

561 $\log_3(x^2+3x-3)-1=\log_3(x+2)+$
$+\log_3(x-2)$ $[x=3]$

562 $\log_2(2x+6)-\log_4(x-1)=3$ $[x=5]$

563 $\log_5(x^2+6x-2)=1+\log_5(x+2)$ $[x=3]$

564 $1-\frac{2}{\log_3 x+2}=3\log_{\frac{1}{3}} x$ $\left[x=\frac{\sqrt[3]{9}}{27} \vee x=1\right]$

565 $\frac{1}{5}\log_5(x+1)-\log_{x+1}5=\frac{4}{5}$ $\left[x=-\frac{4}{5} \vee x=3124\right]$

566 $\frac{5}{4}\log_4 x+\log_{16}\sqrt[4]{x}=\frac{11}{16}$ $[x=2]$

567 $\log_3(x-1)=\frac{1}{2}\log_3 x$ $\left[x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

568 $\log(x-1)-2\cdot\log(x+1)-\log 8=-2$ $\left[x=\frac{3}{2} \vee x=9\right]$

569 $\log 2+\frac{1}{2}\log(x^2+5)=\log(x^2+2)$ $[x=-2 \vee x=2]$

570 $3\log_{13}(5-x)+\log_{13}11=\log_{13}(x+3)+$
$+2\log_{13}(5-x)$ $\left[x=\frac{13}{3}\right]$

---

778 $25^{x+1}-3\cdot 5^{2x+1}<31-7\cdot 25^x$ $\left[x<\frac{\log 31-\log 17}{2\log 5}\right]$

779 $40-9\cdot 2^x>20+2^{2-x}$ $\left[\frac{\log 2-\log 9}{\log 2}<x<1\right]$

780 $4^x+10>7\cdot 2^x$ $\left[x<1 \vee x>\frac{\log 5}{\log 2}\right]$

781 $11^x<18\cdot 11^{-x}+3$ $\left[x<\frac{\log 2+\log 3}{\log 11}\right]$

782 $\frac{7^{x-2}\cdot 3^{1+x}}{5^{2-x}}\leq 11$ $\left[x\leq\frac{\log 11+2\log 7+2\log 5-\log 3}{\log 7+\log 5+\log 3}\right]$

783 $13\cdot 10^{2x-3}-4\cdot 7^{2x+1}<\frac{100^x}{1000}+35\cdot 7^{2x}$ $\left[x<\frac{3+\log 3-2\log 2+\log 7}{2-2\log 7}\right]$

784 $\frac{100^x-2^{3-x}}{5^{2x-1}-7^{x+1}}\leq 0$ $\left[\frac{3\log 2}{2+\log 2}\leq x<\frac{\log 5+\log 7}{2\log 5-\log 7}\right]$

785 $(7^x-1)^2-5\cdot(7^x-1)+4<0$ $\left[\frac{\log 2}{\log 7}<x<\frac{\log 5}{\log 7}\right]$

786 $0{,}2^x\cdot(6\cdot 0{,}2^x-13)\geq -5$ $\left[x\leq\frac{\log 3-\log 5}{\log 5} \vee x\geq\frac{\log 2}{\log 5}\right]$

684 $\log_6\sqrt{x^2-2x} < \log_6|x| - \frac{1}{2}$ $\quad\left[2<x<\frac{12}{5}\right]$

685 $\dfrac{\sqrt[3]{\log_5(4^{2x}+1)-1}}{\log^2_{\frac{1}{4}}3x-\log_4 9x^2+1}\le 0$ $\quad\left[0<x\le\frac{1}{2}\right]$

686 $\dfrac{(4-\log_2 x)\log_2|x|}{\log_2(x-2)}\ge 0$ $\quad[3<x\le 16]$

687 $\log^3x-4\log^2x+4\log x\le 0$ $\quad[0<x\le 1 \vee x=100]$

688 $\log_2|x^2+2x-3|-\log_2(x-2)<1$ $\quad[S=\varnothing]$

691 $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{|x-2|}{x}<-1+\log_2 x$ $\quad[x>4]$

692 $\dfrac{|\log_3|2x+3||-3}{\log_3 x}>0$ $\quad[0<x<1\vee x>12]$

693 $\log_9(x+2)-\log_9(x^2-7x+12)\le\log_9\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{2}$ $\quad\left[2<x\le\frac{5}{2}\vee x\ge 8\right]$

694 $\sqrt{\log_3 x}-6\log_3\sqrt{x}>0$ $\quad[1<x<\sqrt[9]{3}]$

---

695 $\dfrac{\ln^2x^2-9}{3-\ln|x|}>0$ $\quad\left[-e^3<x<-e^{\frac{3}{2}}\vee -e^{-\frac{3}{2}}<x<e^{-\frac{3}{2}}\vee e^{\frac{3}{2}}<x<e^3, x\neq 0\right]$

696 $\log_{\frac{3}{4}}[\sqrt{x^4(x-1)}+1]^2<0$ $\quad[x>1]$

697 $2\log_7 x-\log_7|1+x|\ge-\log_7\left|\dfrac{1}{x^2}-1\right|$ $\quad[x\ge 2]$

698 $\dfrac{\log^2_2(x-1)-9\log_2(x-1)+20}{|\log_2(x-1)|}\le 0$ $\quad[17\le x\le 33]$

699 $\dfrac{|-2\log x|+\log(x^2+1)}{2\log x-\log(2x-5)^2}\ge 0$ $\quad\left[\frac{5}{3}<x<5\wedge x\neq\frac{5}{2}\right]$

700 $\dfrac{\sqrt{\log_2\log_{\frac{1}{4}}(x^2-4)+1}}{\log_2(7-2x)-3\log_8 x}\ge 0$ $\quad\left[2<x\le\frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$

Risolvi le seguenti disequazioni.

794 $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1}<625$ $\quad\left[x>-\frac{5}{2}\right]$

795 $24\cdot 5^x\ge 5\cdot 6^{x+1}$ $\quad\left[x\le\dfrac{\log 5-\log 4}{\log 5-\log 6}\right]$

796 $\dfrac{3}{10^x-2}-\dfrac{1}{10^x+2}>1-\dfrac{2}{10^x+2}$ $\quad[\log 2<x<\log(2+\sqrt{12})]$

797 $\left|\left(\frac{2}{5}\right)^x-\left(\frac{5}{2}\right)^{-2x}\right|<2$ $\quad\left[x>\dfrac{\log 2}{\log 2-\log 5}\right]$

798 $45\cdot 2^{2x-2}<-35\cdot 4^{x-1}$ $\quad[S=\varnothing]$

799 $5^{2x}-\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}<0$ $\quad\left[x<\dfrac{\log 3}{2\log 5+\log 3}\right]$

800 $1-\dfrac{1}{4\cdot 9^x-4}\ge 0$ $\quad\left[x<0\vee x\ge\log_9\frac{5}{4}\right]$

801 $2^{x+5}\cdot 3^{x+2}\le 8\cdot 6^{\frac{3x-1}{x}}$ $\quad[x<0]$

802 $\dfrac{5^x}{25}\ge\dfrac{9\cdot(3^{x-2})^{x+2}}{3^{x^2}\cdot 3^{x-4}}$ $\quad[x\ge 2]$

Risolvi le seguenti disequazioni.

652 $\log_4(x-1) \leq -2$ $\left[1 < x \leq \frac{17}{16}\right]$

653 $\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) < 1$ $\left[x < \frac{1}{3}\right]$

654 $\log_4(x^2+15) > 3$ $[x < -7 \vee x > 7]$

655 $\log_2(4x+1) > 0$ $[x > 0]$

656 $\log_{\frac{1}{3}} 9 + \log_{\frac{1}{3}} x \geq 0$ $\left[0 < x \leq \frac{1}{9}\right]$

657 $\log(x^2+17x+16) < 2$ $[-21 < x < -16 \vee -1 < x < 4]$

658 $\log_{\frac{2}{3}} x^5 - 2\log_{\frac{2}{3}} \sqrt{x} < 1$ $\left[x > \sqrt[4]{\frac{2}{3}}\right]$

659 $\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3x-2}{x+5}\right) - \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3+x}{2-x}\right) < 0$ $[S = \emptyset]$

660 $\left(\log_{\frac{1}{4}} x\right)^2 + 2\log_{\frac{1}{4}} x > \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{4}} x$ $\left[0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 64\right]$

661 $\frac{1}{\log x} - 3\log x < 2$ $\left[\frac{1}{10} < x < 1 \vee x > \sqrt[3]{10}\right]$

662 $\log(3-x)^2 - 2\log(4+x) < 0$ $\left[x > -\frac{1}{2} \wedge x \neq 3\right]$

663 $\log_{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}\left(1-\frac{1}{x}\right) - \log_{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}(x+1) < \log_{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}} \frac{1}{x} + 3$ $[x > 3]$

664 $\log_{\frac{7}{9}}(3x-7)^2 + \log_{\frac{7}{9}}(11-2x) < \log_{\frac{7}{9}}(3x-7) + \log_{\frac{7}{9}}(11-2x)^2$ $\left[\frac{18}{5} < x < \frac{11}{2}\right]$

---

665 $\log_2(\sqrt{1-x} - 2) > 0$ $[x < -8]$

666 $\log_2(1-|x|) > 3$ $[S = \emptyset]$

667 $\sqrt{4 - \log_2 x} > 3$ $\left[0 < x < \frac{1}{32}\right]$

668 $\log_2 x > -\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x}$ $[x > 1]$

669 $2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$ $\left[1 < x \leq \frac{3}{2}\right]$

670 $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x) - 2\log_{\frac{1}{3}}(6-x) < -\log_{\frac{1}{3}} 4$ $[x < -2\sqrt{3} \vee 2\sqrt{3} < x < 6]$

671 $\log_2(4x+6) - \log_2(5+x) \leq 1$ $\left[-\frac{3}{2} < x \leq 2\right]$

672 $\log_2 \sqrt{2x-x^2} < 0$ $[0 < x < 2 \wedge x \neq 1]$

673 $\frac{1}{\log_5(x-1)} < -1$ $\left[\frac{6}{5} < x < 2\right]$

674 $\log_{\sqrt[3]{2}}(2x-5) - \log_{\sqrt[3]{2}} \frac{2x-5}{x+4} < 3$ $[S = \emptyset]$

675 $3\log_2(2x-4) - \log_2(-x+3) > 2\log_2(x-5)$ $[S = \emptyset]$

676 $\frac{1}{2}\log_x[2(1-x)] + \log_x \sqrt{x} + \frac{1}{4}\log_x x^2 < 2$ $[0 < x < \sqrt{3} - 1]$

677 $\log\log(x-1) \geq 0$ $[x \geq 11]$

678 $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}}\left(x + \frac{3}{2}\right) \leq 1$ $\left[-\frac{3}{2} < x \leq \frac{\sqrt{2}-3}{2}\right]$

679 $\ln x + \frac{2}{\ln x} - 3 \leq 0$ $[0 < x < 1 \vee e \leq x \leq e^2]$

680 $3(\log_3 x + \log_x 3) \geq 10$ $[1 < x \leq \sqrt[3]{3} \vee x \geq 27]$

246 $16 \cdot 4^{2x} < 3^{x+1}$ $[x < -1]$

247 $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} > 14$ $[x > 1]$

248 $\sqrt{2 \cdot 6^x + 7} \leq 6^x + 1$ $\left[x \geq \frac{1}{2}\right]$

249 $|2 \cdot 9^x - 1| > 5$ $\left[x > \frac{1}{2}\right]$

250 $|16^x - 4| \geq 4 + 2 \cdot 4^x$ $[x \geq 1]$

251 $3^x - 9 < \sqrt{9^x - 9}$ $[x \geq 1]$

252 $(3^{2-x} - 27) \cdot \left(\frac{1}{2} - 4^x\right) \geq 0$ $\left[x \leq -1 \vee x \geq -\frac{1}{2}\right]$

253 $4^x(4^{x+1} - 33) > -8$ $\left[x < -1 \vee x > \frac{3}{2}\right]$

254 $\dfrac{2^{3x} - 8 + 3 \cdot 2^{x+2} - 3 \cdot 2^{2x+1}}{\sqrt{4^x + 3^{-x} + 10}} \geq 0$ $[x \geq 1]$

255 $\left|\dfrac{4^{-x}}{2^{x+2} : 2^6}\right| < 1$ $\left[x > \frac{4}{3}\right]$

256 $\left|\dfrac{3 \cdot 5^{x+1} + 5}{5^{2x} - 2 \cdot 5^x + 1}\right| < 5$ $[x > 1]$

257 $\dfrac{5^{\frac{4}{3}x+3}}{\sqrt{49^{x+2}}} \leq \dfrac{7 \cdot \sqrt[3]{25^x}}{\sqrt[3]{7^x}}$ $\left[x \geq -\frac{9}{2}\right]$

258 $\sqrt{4^x \cdot 2^x + \sqrt{8^x - 1}} \leq \sqrt{2^{3x+1} - 1}$ $\left[x = 0 \vee x \geq \frac{1}{3}\right]$

259 $\dfrac{8^{1+x} + 8^x}{9} \geq 4^{1+2x} + \dfrac{16}{4^{1-2x}}$ $[x \leq -3]$

260 $\dfrac{2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2}{(25^x - 5) \cdot (81 \cdot 3^x - 3)} \leq 0$ $\left[-3 < x \leq -1 \vee \frac{1}{2} < x \leq 1\right]$

261 $\dfrac{5}{3^x - 3} + \dfrac{2 \cdot 3^x}{3^x + 3} \geq \dfrac{18 - 2 \cdot 9^x}{9^x - 9}$ $[x \leq 0 \vee x > 1]$

262 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{x^2-3}} \cdot \sqrt[x]{4} - 1 \geq 0$ $[x = 2]$

---

263 $\dfrac{3^x - 81}{(4^{2x+1} - 32)\sqrt{5^{\frac{x^2-3}{2}} - 125}} \leq 0$ $[3 < x \leq 4]$

264 $\dfrac{20 - 8^{2\sqrt{x}+1} - 64^{2\sqrt{x}}}{(2^x - 1)(2^x - 4)} > 0$ $\left[\frac{1}{36} < x < 2\right]$

265 $\sqrt[2x+3]{\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3x}} \geq \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \sqrt[x+2]{\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-x}}$ $\left[x > -\frac{3}{2}, x \in \mathbb{Z}\right]$

266 $\left(\dfrac{4}{5}\right)^2 \left(\dfrac{5}{4}\right)^x \leq \sqrt[x+2]{\dfrac{5}{4}}$ $[-2 < x \leq \sqrt{5}, x \in \mathbb{Z}]$

267 $\sqrt[2x]{|4^x - 12|} \geq \sqrt[x]{2}$ $[x \in \mathbb{N} - \{0\}]$

---

770 $4^{3+x} \geq 7^{2-x}$ $\left[x \geq \dfrac{2\log 7 - 6\log 2}{\log 7 + 2\log 2}\right]$

771 $3^{x+1} \geq 2^{1-x}$ $\left[x \geq \dfrac{\log 2 - \log 3}{\log 2 + \log 3}\right]$

772 $\dfrac{3^x \cdot 14}{3^2(2^2 + 3)} < 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^{1-x}$ $\left[x < \dfrac{2\log 3 - \log 2}{\log 3 - \log 2}\right]$

773 $\sqrt{5^{x-1}} < 9 \cdot 3^{2x}$ $\left[x > \dfrac{\log 5 + 4\log 3}{\log 5 - 4\log 3}\right]$

442 $\left(\log_3 x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\log_3 x = 3\log_3 x^2 - \frac{23}{4}.$ $[9;\ 27]$

443 $\frac{\log\sqrt{x}+2}{3\log\sqrt{x}} = 2 - \log\sqrt{x}.$ $\left[10^2;\ 10^{\frac{4}{3}}\right]$

444 $\frac{\log x+1}{\log x-1} + \frac{\log x-1}{\log x+1} = \frac{2}{\log^2 x-1}.$ $[1]$

445 $\frac{\log_a x}{1-\log_a x^3} = 1 + \frac{\log_a x+1}{\log_a x-1}$, con $a \in \mathbf{R}^+ - \{1\}$. $[1;\ \sqrt[7]{a^3}]$

446 $2(2+\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x})\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x} = \log_{\frac{1}{2}}x;\quad (2-\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x})(2+\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x}) = \log_{\frac{1}{2}}x.$ $\left[2\sqrt{2} \text{ e } 1;\ 2^{12} \text{ e } \frac{1}{8}\right]$

447 $(\log_2 x - 1)(\log_2\sqrt{x} - \log_2 x + 1) + 6 = 0.$ $\left[32;\ \frac{1}{4}\right]$

448 $\log\left(7^x + \frac{1}{7^{1-x}}\right) = \log 2 + \log(3\cdot 5^x + 5^{x+2}).$ $\left[\frac{\log 49}{\log 7 - \log 5}\right]$

449 $x\log 3 + \log(2\cdot 3^x - 3) + \log 5 = 3\log 3 + \log(2 - 3^{x-2}).$ $[1]$

450 $\log(3^{1+x} + 2^{2-x}) = \log 15 - x\log 2.$ $\left[\frac{\log 11 - \log 3}{\log 6}\right]$

451 $\frac{\log_2(4^{x+1}-2)-2x}{2x+1} = 1;\quad \log_2\log_3 x = 1.$ $[0;\ 9]$

452 $x^{\log x} = 10$. (Considerare i logaritmi decimali di entrambi i membri) $\left[10;\ \frac{1}{10}\right]$

453 $x^{\log\sqrt{x}} = 100;\quad \frac{10}{x^{\log x}} = \frac{\sqrt{10}}{x^{\log\sqrt{x}}}.$ $\left[10^{\pm 2};\ 10 \text{ e } \frac{1}{10}\right]$

454 $\frac{1}{2}\log_3\left(10 - \frac{3}{3^{2x-3}}\right) = x - 1.$ $[1;\ 2]$

455 $\log(4 + \sqrt[2x]{25}) = \log 3 + \log(28 - \sqrt[x]{25}).$ $[1]$

456 $\log(12 - \sqrt[2x]{8}) - \log(16 + \sqrt[x]{8}) + \log 2 = 0.$ $\left[\frac{3}{2} \text{ non accettabile, perché ...}\right]$

457 $\frac{\log(2\sqrt[x]{3} + 3\sqrt[2x]{3})}{\log(1 + 2\sqrt[4x]{9})} = 1.$ $\left[-\frac{\log 3}{2\log 2}\text{, non accettabile; perché?}\right]$

458 $1 + \log\frac{3^x}{3} = \log 3 + (2x-1)\log 2.$ $\left[\frac{2\log 3 - \log 20}{\log 3 - 2\log 2}\right]$

459 $\log_2 x - 1 = 2\log_8 x;\quad \log_2(x-1) = 6 - \log_4(x-1);\quad 3\log_5 x = \frac{1}{\log_x 5} - 2.$ $\left[8;\ 17;\ \frac{1}{5}\right]$

460 $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5;\quad \log_3 x - 2 = \log_{27} x.$ $[9 \text{ e } \sqrt{3};\ 27]$

461 $\frac{3}{2}\log_8 x + \log_2\sqrt{x} = 4;\quad \log_4(x-3) + \log_{x-3}4 = \frac{17}{4}.$ $[16;\ 3+\sqrt{2} \text{ e } 259]$

308 $2^{x+1} \geq 5^{1-x}$; $\quad 3^{x+2} < 4^{2x+1}$. $\quad \left[x \geq \log\frac{5}{2};\ x > \frac{\ln 9 - \ln 4}{\ln 16 - \ln 3}\right]$

309 $\frac{2^{x-1} \cdot 4^{1+x}}{6^{1-x}} < 3$; $\quad 3^{x-1} > \frac{4^{x+1}}{5}$. $\quad \left[x < \frac{\ln 9}{\ln 48};\ x < \frac{\ln 12 - \ln 5}{\ln 3 - \ln 4}\right]$

310 $\frac{3^x \cdot 5}{2^{x-1}} \leq 10^x$; $\quad 5^{2x} > 10^{x+1}$. $\quad \left[x \geq \frac{1}{1 + \log 2 - \log 3};\ x > \frac{1}{2\log 5 - 1}\right]$

311 $2^{2x+1} \geq 5^{1-x}$; $\quad 5^{\frac{x}{2}} - 4^x > 0$. $\quad \left[x \geq \frac{\ln 5 - \ln 2}{\ln 5 + \ln 4};\ x < 0\right]$

312 $5^x < 3 \cdot 7^x$; $\quad 3^{2x} < 5^{3-x}$ $\quad \left[x > \frac{\log 3}{\log 5 - \log 7};\ x < \frac{\log 125}{\log 45}\right]$

313 $5^{1-x} < 3^{2x}$; $\quad \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} > 4^x$. $\quad \left[x > \frac{\log 5}{\log 45};\ x < 0\right]$

314 $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} < 5^x$; $\quad 9^x \cdot 2^{x+1} < 6$. $\quad \left[x > -\frac{\log 4 - \log 3}{\log 20 - \log 3};\ x < \frac{\log 3}{\log 18}\right]$

315 $7^{1-x} > \frac{4^x}{2}$; $\quad 2^x < 3 \cdot 7^{x+1}$. $\quad \left[x < \frac{\log 14}{\log 28};\ x > \frac{\log 21}{\log 2 - \log 7}\right]$

316 $\frac{3^x \cdot 4}{2^{x-1}} < 1$; $\quad \frac{3^x \cdot 5^{1-x}}{2^{1+x}} < 10$. $\quad \left[x < \frac{\log 8}{\log 2 - \log 3};\ x > \frac{\log 4}{\log 3 - 1}\right]$

317 $15^{x+1} > \frac{3^{2x}}{5^{x-1}}$; $\quad \frac{16^{1-x}}{3 \cdot 5^{1+x}} \geq \frac{1}{5} \cdot 3^{2x-1}$. $\quad \left[x > \frac{\log 3}{\log 3 - \log 25};\ x \leq \frac{\log 16}{\log 720}\right]$

---

236 $\frac{2^x}{2^x+1} + \frac{2^x}{2^x+4} \leq 1$; $\quad \frac{1-3^x}{4^x+2^x-2} < 0$. $\quad [x \leq 1;\ x \neq 0]$

237 $\frac{4 \cdot 7^{x-1}}{21 + \sqrt{7^x}} \geq 1$; $\quad \frac{3^{x+1} - 3^{x-1}}{2 \cdot 3^x + 3^{2x} + 1} > \frac{1}{2}$. $\quad [x \geq 2;\ -1 < x < 1]$

238 $3^{4x} - 3^{3x} - 7 \cdot 3^{2x} + 3^x + 6 < 0$; $\quad \frac{(0,\overline{6})^{x-1} - 1}{\sqrt{2} - \sqrt[3]{2^{x-1}}} < 0$. $\quad \left[0 < x < 1;\ 1 < x < \frac{5}{2}\right]$

239 $\frac{2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2}{4 \cdot 3^x - 3^{2x+1} - 1} < 0$; $\quad \frac{1+2^x}{1-2^x} \leq 1$. $\quad [x < -1 \vee -1 < x < 0 \vee x > 1;\ x > 0]$

240 $(2^{x-1} - 1)(3^{2x+1} - 9) \geq 0$; $\quad 3 - 2^{1-x} - \left(\frac{1}{4}\right)^x > 0$. $\quad \left[x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 1;\ x > 0\right]$

241 $|2^x - 4| < 4$; $\quad |2^{2x} - 1| \leq 1$; $\quad |3^x - 3| > 6$. $\quad \left[x < 3;\ x \leq \frac{1}{2};\ x > 2\right]$

242 $2^{x+1} < \sqrt{4^x - 5 \cdot 2^x}$; $\quad \sqrt[x]{9} \geq 3$. $\quad [\text{impossibile};\ x = 1 \vee x = 2]$

243 $\frac{3 \cdot 2^x}{2^x - 2} + \frac{4}{2^x + 2} + \frac{3 \cdot 4^x - 8}{4 - 4^x} < 0$. $\quad [x < 1$

244 $\frac{1}{8} < \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} < 2$; $\quad 1 < \sqrt[x]{9} \leq 3$. $\quad \left[\frac{1}{4} < x < \frac{5}{4};\ x \geq 2,\ \text{con } x \in \ldots\right]$

245 $\begin{cases} 2^{x+1} < 2 \\ 3^{x^2-1} - 1 < 0 \end{cases}$; $\quad \begin{cases} 2^{x+1} + 2^{x-1} < 20 \\ 4^x - 2^x > 2 \end{cases}$ $\quad [-1 < x < 0;\ 1 < x <$

544 $\log_2(\log_3(2-x)) > 2; \quad \log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x+1)] < -2.$ $[x < -79;\ x > 80]$

545 $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)\right] < 1; \quad \log_4\left[\log_{\frac{1}{2}}(x-4)\right] < 1.$ $\left[-\frac{3}{2} < x < \frac{\sqrt{3}-9}{6};\ \ \frac{65}{16} < x < 5\right]$

546 $\log 5 < \log[\log_2(3+x)]; \quad \log_{\frac{1}{3}}[\log_2(1-x^2)] \le 2.$ $[x > 29;\ \text{impossibile}]$

547 $\log_3 \log_3(2x-5) < 0.$ $[3 < x < 4]$

---

803 $\dfrac{|3^x - 1| - |3 - 3^x| - 2}{\sqrt{4^x - 2^{x+3} + 16}} \ge 0$ $[x \ge 1 \wedge x \ne 2]$

804 $\dfrac{|2^x - 4| - 2^x + 4}{5^x - 2} > 0$ $[\log_5 2 < x < 2]$

805 $\sqrt{25 - 5^x} \le 5^x - 5$ $\left[\dfrac{\log 9}{\log 5} \le x \le 2\right]$

806 $\dfrac{9^{1-2x} \cdot 3^{5x-2}}{2^{x+1}} < \dfrac{7}{2 \cdot 4^x}$ $\left[x < \dfrac{\log 7}{\log 2 + \log 3}\right]$

807 $\dfrac{3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 4^{2x}}{|-1 + 5^{x+1}| - 4} < 0$ $\left[x < -\dfrac{1}{2} \vee x > 0\right]$

808 $\dfrac{2^x - 2}{\sqrt[3]{3 \cdot 6^x \cdot (6^x - 1) - 6}} < 0$ $\left[\dfrac{\log 2}{\log 6} < x < 1\right]$

809 $\dfrac{3^{2x+1} + 12}{9^{2x} - 2 \cdot 3^{2x} - 3} - \dfrac{9}{4 \cdot (9^x - 3)} \ge 0$ $\left[x > \dfrac{1}{2}\right]$

810 $\dfrac{15^x - 5^{x+1} + 5 \cdot 3^x - 9^x}{4^x - 4} \le 0$ $\left[x \le 0 \vee 1 < x \le \dfrac{\log 5}{\log 3}\right]$

811 $\log_3(2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(2^x - 3) \ge 0$ $[x > \log_2 3]$

---

144. ** Scrivere l'equazione della parabola $\mathcal{P}'$ che ha come asse la retta di equazione $x=-1$ ed è tangente nell'origine alla parabola $\mathcal{P}$ con asse parallelo all'asse y e di vertice $V(1,-1)$. Sia $y=k$ l'equazione di una generica retta r parallela all'asse x. Determinare per quali valori di k si hanno quattro intersezioni distinte di r con $\mathcal{P}$ e con $\mathcal{P}'$. Dette poi rispettivamente A, B e A', B' queste intersezioni, determinare il valore di k per cui si ha $\overline{A'B'}=3\overline{AB}$.

$\left[\mathcal{P}\colon\ y=x^2-2x;\ \mathcal{P}'\colon y=-x^2-2x;\ -1<k<1,\ con\ k\neq 0;\ k=-\frac{4}{5}\right]$

145. ** Determinare l'equazione della parabola $\mathcal{P}$ che ha come asse la retta di equazione $y=2$ ed è tangente in $A(2,4)$ alla retta r di equazione $x-y+2=0$. Detta B l'intersezione di $\mathcal{P}$ con l'asse delle x, determinare su $\mathcal{P}$ un punto H tale che l'area del triangolo AHB sia uguale a 6.

$[4x=y^2-4y+8;\ H_1(5,6)\ ed\ H_2(5,-2)]$

146. ** Date le parabole $\mathcal{P}_1$ e $\mathcal{P}_2$ di equazioni $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$ e $y=\frac{1}{4}x^2-1$, trovare le coordinate dei loro punti comuni A e B. Dette C e D le intersezioni di una parallela r all'asse x rispettivamente con $\mathcal{P}_2$ e $\mathcal{P}_1$ (con C e D appartenenti agli archi AB delle due parabole), determinare l'equazione di r in modo tale che il segmento CD abbia lunghezza 3.

[*La soluzione negativa non è accettabile*]. $\left[A(2,0)\ e\ B(14,48);\ y=\frac{3+2\sqrt{6}}{2}\right]$

147. ** Dopo aver provato che le due parabole di equazioni:

$$y=8x^2+8x+4 \quad \text{ed} \quad y=8x^2-8x+8$$

ammettono un'unica tangente comune, che le «tocca» nei punti P_1 e P_2, verificare che la distanza fra P_1 e P_2 è uguale alla distanza fra i vertici delle due parabole.

$\left[2y=8x+7;\ P_1\left(-\frac{1}{4},\frac{5}{2}\right)\ e\ P_2\left(\frac{3}{4},\frac{13}{2}\right);\ \sqrt{17}\right]$

57. * Determinare i due punti A e B comuni alla parabola di equazione $y=-x^2+8x-12$ e alla retta di equazione $x+y-6=0$. Calcolare inoltre l'area del triangolo AOB (O origine del sistema di riferimento) e stabilire la natura di questo triangolo. $[(3,3);\ (6,0);\ area=9;\ \dots]$

58. * Determinare l'area del quadrilatero convesso che ha come vertici i punti in cui le rette r ed s, di equazioni $x+y-4=0$ ed $x-y-1=0$, intersecano la parabola $y=x^2-5x+4$. [16]

59. * Fra le rette del fascio di equazione $x-y-3+m(x-1)=0$, determinare quelle che risultano tangenti alla parabola di equazione $y=3x^2-8x+5$. $[m=-3\pm 2\sqrt{6}]$

60. * Determinare le rette tangenti alla parabola di equazione $y=\frac{x^2}{4}-x+2$ che passano per il punto comune alle due rette di equazioni $x+y=0$ ed $y=3x-4$. $[y=x-2,\ 2x+y=1]$

61. * Per quali valori del parametro k la retta di equazione $y-x+2+k(y+3)=0$ interseca la parabola di equazione $y=x^2+x-2$? Per quali valori di k la retta è tangente? Per $k=0$ la retta è secante o tangente? $\left[-\frac{4}{3}\leq k\leq 0;\ \dots\right]$

62. * Trovare l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y=x^2-2x-8$ e perpendicolare alla retta di equazione $x+8y+4=0$. Trovare le coordinate del punto A d'incontro delle due rette e l'equazione dell'ulteriore tangente alla parabola per A. $[y=8x-33;\ A(4,-1);\ y=4x-17]$

63. * Data la parabola $\mathcal{P}$ di equazione $7y=-2x^2+16x-14$, determinare il punto d'incontro A delle rette tangenti a $\mathcal{P}$ nei punti che essa ha in comune con l'asse delle ascisse. Verificare che A appartiene all'asse di $\mathcal{P}$ e che il segmento di perpendicolare condotto da A all'asse x ha come punto medio il vertice V di $\mathcal{P}$. $\left[A\left(4,\frac{36}{7}\right)\right]$

84. Trovare l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, che passa per $A(0,1)$ e $B(-1,-1)$, punto in cui è tangente alla retta $y - x = 0$. $[y = x^2 + 3x + 1]$

85. Determinare le equazioni delle parabole, con asse parallelo all'asse y, che passano per $A(0,2)$ e $B(-2,-4)$ e sono tangenti alla retta di equazione $y + x - 3 = 0$. $[y = -x^2 + x + 2;\ y = -4x^2 - 5x + 2]$

86. Data la parabola di equazione $4x - y^2 + 2y - 9 = 0$, tracciare una retta, parallela all'asse y, in modo tale che la misura della corda intercettata dalla curva sia $2\sqrt{2}$. $\left[x = \frac{5}{2}\right]$

87. * Date le parabole di equazioni $y = x^2 - 5x + 4$ ed $y = -x^2 + 3x + 4$, determinare l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo tale che i segmenti intercettati sulla retta dalle due parabole siano uguali. $[y = 2]$

88. * Date le parabole di equazioni $y = x^2 - 3x + 2$ ed $y = -x^2 + x + 2$, determinare l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo tale che il segmento intercettato dalla prima parabola sulla retta sia doppio di quello intercettato dalla seconda. $\left[y = \frac{7}{4}\right]$

89. * Date le parabole di equazioni $y = -x^2 + 3x - 2$ ed $y = x^2 - x - 2$, determinare una retta parallela all'asse x in modo tale che il segmento intercettato dalla prima parabola sulla retta sia la metà di quello intercettato dalla seconda. $\left[y = -\frac{1}{4}\right]$

90. * Date le parabole di equazioni $y = -x^2 + 5x - 4$ ed $y = x^2 - 3x - 4$, determinare l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo tale che il segmento intercettato sulla retta dalla prima parabola sia $\frac{1}{3}$ di quello intercettato dalla seconda. $\left[y = \frac{7}{5}\right]$

91. ** Condurre una retta, perpendicolare all'asse y, in modo tale da rendere uguali le due corde intercettate su di essa dalle parabole:

$$y = 3x^2 - 6x + 5 \quad \text{e} \quad y = -4x^2 + 4x + 5.$$

Trovare inoltre le coordinate dei punti di intersezione delle due curve, scrivere le equazioni delle tangenti in questi punti e calcolarne l'angolo. $\left[y = \frac{26}{7};\ (0,5);\ \left(\frac{10}{7}, \frac{125}{49}\right);\ 23°30';\ 28°55'\right]$

92. * Date le due parabole $y = x^2 - 2x$ e $y = -2x^2 + x$, condurre una retta parallela all'asse x in modo tale che le due corde intercettate dalle curve sulla retta siano uguali. $\left[y = -\frac{5}{8}\right]$

93. * Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 5x$, inscrivere un rettangolo di perimetro uguale a 14 nella parte di piano compresa fra la curva e l'asse x . [*Due soluzioni*: *rette* $y = 4$ e $y = 6$]

94. * Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 6x - 5$, inscrivere un rettangolo di perimetro uguale a 10 nella parte di piano limitata dalla curva e dall'asse x. [*Tracciare la retta*: $y = 3$]

95. ** Inscrivere un quadrato con i lati paralleli agli assi cartesiani nella parte di piano limitata dalla parabola di equazione $y = -x^2 + 4x$ e dall'asse x. [*Ascisse vertici quadrato:* $3 - \sqrt{5}$ e $1 + \sqrt{5}$]

96. ** Nella parte di piano limitata dall'asse x e dalla parabola di equazione $y = 6x - x^2$, inscrivere un rettangolo (non degenere), con i lati paralleli agli assi cartesiani, di perimetro uguale a 18. [*Ascisse vertici rettangolo*: 1 e 5]

97. * Date le parabole di equazioni $y = x^2 + 4x + 4$ ed $y = 2x^2 + 4x + 1$, trovare la retta parallela all'asse x che intercetta su di esse corde uguali. $[y = 1]$

158. Trovare l'equazione della circonferenza che passa per l'origine degli assi cartesiani ed è tangente in $A(2,1)$ ad una iperbole equilatera che ha come asintoti gli assi cartesiani.
$[4x^2+4y^2-11x+2y=0]$

159. Un'iperbole equilatera, riferita ai propri asintoti, ed una circonferenza con il centro nell'origine degli assi cartesiani si intersecano nel punto $A(4,3)$. Trovare le aree dei due triangoli ABC, $AB'C$ dove BB' e CC' sono le rette tangenti in A alle due curve, B e C appartengono all'asse x, mentre B' e C' appartengono all'asse y.
$\left[\frac{14}{3}, \frac{21}{8}\right]$

160. La parabola di equazione $x^2+2y=-8x$ ed un'iperbole equilatera, riferita ai propri asintoti, si intersecano in tre punti A, B, C. Sapendo che il punto A ha ascissa -2, determinare l'equazione della retta BC e l'area del triangolo ABC.
[*Ascisse di B e C*: $-3\pm\sqrt{21}$; *equazione della retta BC*: $x+y=-6$; *area* $=10\sqrt{21}$]

161. Trovare la circonferenza, con centro sull'asse x, che passa per $A(3,2)$ e che incontra il ramo dell'iperbole $xy=6$ situato nel I quadrante, oltre che in A, anche in un punto B tale che, dette A' e B' le proiezioni di A e B sull'asse x, il trapezio $ABB'A'$ abbia area $\frac{9}{2}$.
[*Distinguere i due casi: ascissa* $A \lessgtr$ *ascissa* B].
$\left[B_1(6,1),\ B_2\left(\frac{3}{2},4\right);\ (x-4)^2+y^2=5,\ \left(x+\frac{7}{4}\right)^2+y^2=\frac{425}{16}\right]$

162. Data l'iperbole equilatera di equazione $2xy=1$ ed una sua qualunque tangente, verificare che l'area del triangolo limitato da questa tangente e dagli assi cartesiani non varia al variare della tangente considerata. Questa proprietà è valida per ogni iperbole che ha equazione del tipo $xy=k$?

163. Data l'iperbole di equazione $xy=m$ (con $m>0$), trovare il valore del parametro m sapendo che il triangolo limitato dagli assi cartesiani e dalla tangente ad essa in un suo punto qualunque ha area 8. Detti poi P e P' i due punti di ascisse $+1$ e -1 dell'iperbole trovata, determinare l'area del rettangolo limitato dalle due tangenti all'iperbole in P e in P' e dalle perpendicolari condotte ad esse per P e per P'.
$\left[m=4;\ area=\frac{480}{17}\right]$

196. ** È data la parabola di equazione $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$. Determinarne le intersezioni con gli assi, l'asse, il vertice V, il fuoco e la direttrice. Detta A l'intersezione della parabola con l'asse x, distinta dall'origine O, condurre per A la parallela r alla retta OV e determinare l'ulteriore intersezione B della retta r con la parabola. Verificare che il trapezio $OVAB$ è rettangolo (cioè che il lato VA è perpendicolare alle basi OV e AB) e calcolarne l'area. Trovare infine l'equazione della circonferenza che passa per i punti O, V, A e verificare che la retta tangente nel punto V a questa circonferenza è tangente anche alla parabola. $[(2,2); \ldots; (-2,-6); 16; x^2+y^2-4x=0]$

197. ** Disegnata la circonferenza di equazione $x^2+y^2-8x-4y+16=0$, indicare con A, B e C, D gli estremi dei diametri rispettivamente paralleli all'asse x e all'asse y (con $x_A<x_B$ e $y_C<y_D$). Scivere l'equazione della parabola che passa per i punti A, B, C e determinare, poi, le nuove equazioni delle due curve rispetto ad un sistema di riferimento nel quale il punto C sia l'origine e i nuovi assi siano paralleli ai precedenti.
$[2y=x^2-8x+16;\ X^2+Y^2-4Y=0;\ 2Y=X^2]$

198. ** Per i punti $A(1,-1)$ e $B(1,-4)$, condurre le parallele alla bisettrice del I e III quadrante ed indicare con D e C le intersezioni di queste rette con la retta di equazione $y=3$. Verificare che il trapezio $ABCD$ è isoscele (cioè che i lati obliqui AB e CD sono uguali) e determinare perimetro e area del trapezio. Detto poi K il punto di intersezione degli assi dei segmenti AD e AB, il trapezio è inscrivibile in una circonferenza di centro K: trovare l'equazione di questa circonferenza.
$\left[6+11\sqrt{2};\ \frac{33}{2};\ x^2+y^2-13x+5y+16=0\right]$

189. ** Data una circonferenza con centro nell'origine del sistema di riferimento e raggio uguale a 2, determinare l'equazione della parabola, con asse parallelo ad uno degli assi cartesiani, che passa per i vertici del triangolo equilatero ABC, inscritto nella circonferenza, sapendo che uno dei vertici è $A(2,0)$. $[B(-1,\sqrt{3}), \ldots; \ldots; x = 2 - y^2]$

190. ** Determinare la parabola, con asse parallelo ad uno degli assi cartesiani, che passa per i vertici del triangolo isoscele ABC, di base BC, inscritto nella circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 1$, sapendo che BC: $AB = 1 : 2$ e che A appartiene all'asse y. $\left[B\left(\ldots, \pm\frac{7}{8}\right); y = 1 - 8x^2, \textit{ovvero } y = 8x^2 - 1\right]$

191. ** Date la circonferenza S, di centro C, e la retta r, di equazioni, rispettivamente, $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 5$ e $2y = x$, trovare l'equazione della circonferenza S', di centro C', simmetrica di S rispetto alla retta r. Detti A e B i punti di intersezione di S ed r, ed A' e B' i punti simmetrici di A e B rispetto a C', trovare le aree dei quadrilateri $ABA'B'$ ed $ACBC'$ dopo aver verificato che sono due quadrati. $[x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5;$ *aree:* 20 e $10]$

192. ** Date la parabola e la retta di equazioni $9y = x^2 + 6x - 54$ ed $y = 2x - 9$, determinare le coordinate dei loro punti A e B di intersezione. Verificare poi che il triangolo che ha come vertici l'origine e i punti A e B è rettangolo e determinare l'equazione della circonferenza circoscritta a questo triangolo. $[(3, -3)$ e $(9, 9); x^2 + y^2 - 12x - 6y = 0]$

193. ** Trovare le equazioni della circonferenza e della parabola (con asse parallelo all'asse y) che passano per i punti $A(-2,0)$, $B(-1,\sqrt{3})$, $C(1,\sqrt{3})$. Dopo aver verificato che le due curve passano anche per il punto $D(2,0)$, calcolare le coordinate del punto di incontro delle diagonali del trapezio $ABCD$ e verificare che questo punto è il centro del segmento che ha come estremi il centro della circonferenza e il vertice della parabola. $\left[x^2 + y^2 = 4; y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4}{3}\sqrt{3}\right]$

194. ** Determinare l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, che ha il vertice coincidente con il centro della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ ed è tale che l'asse delle ascisse intercetta su di essa una corda di lunghezza 6. Verificare successivamente che parabola e circonferenza si incontrano in punti dell'asse x. $\left[y = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x\right]$

116. a) $y = -2 + \frac{4}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$; b) $y = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 6x + 11}$; c) $x = 7 - 3\sqrt{y^2 - 4y + 8}$.

117. a) $y = \sqrt{x|x| + 4}$; b) $y = \sqrt{16 - x|x|}$; c) $x = \sqrt{\frac{4}{9}y|y| + 4}$.

118. a) $y = \sqrt{25 - \frac{25}{9}x|x|}$; b) $y = -\frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 2|x|}$; c) $x|x| + y|y| + 6x = 0$.

119. a) $y = \sqrt{9 - x|x|}$; b) $x|x| + y^2 = 4$; c) $y = \sqrt{x|x| + 1}$.

Risolvere graficamente le seguenti **equazioni** *e verificare il risultato con i calcoli.*

120. a) $x + 1 = \sqrt{2x^2 + 4x}$; b) $\frac{1}{3}x + 1 = \sqrt{x^2 - 4x + 13}$; c) $\sqrt{|x^2 + 3x|} + 2x = 0$.

121. a) $\sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{2}x - \sqrt{5}$; b) $\sqrt{1 - x|x|} = 3 - x$; c) $\sqrt{|-x^2 + 4x + 4|} = x - 1$.

Risolvere graficamente, se possibile, le seguenti **disequazioni**.

122. a) $\sqrt{4 + x^2} > x + 2$; b) $\sqrt{3x + x^2} < 1 - 2x$; c) $\sqrt{1 + x^2} < |x|$.

44. Determinare l'equazione della tangente all'ellisse $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ nel punto $P\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$.

$[\sqrt{3}x + 2y - 4 = 0]$

45. * Scrivere l'equazione dell'ellisse che ha i fuochi sull'asse delle ascisse ed il centro nell'origine sapendo che $c = \sqrt{5}$ e $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Trovare le intersezioni della curva con la retta di equazione $y = \frac{2}{3}x$ e scrivere l'equazione della tangente all'ellisse nel punto di intersezione che appartiene al primo quadrante.

$\left[\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1;\ (3,2), (-3,-2);\ x + y - 5 = 0\right]$

46. * Determinare le equazioni delle rette tangenti all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, rispettivamente, nei punti $A\left(-\frac{7}{5}, \frac{96}{25}\right)$ e $B(5,0)$.

$[7x - 30y + 125 = 0;\ x - 5 = 0]$

47. ** Data l'ellisse $4x^2 + 9y^2 = 36$, scrivere le equazioni delle tangenti nei suoi punti di intersezione con le bisettrici dei quadranti e calcolare l'area del rombo individuato da queste tangenti.

$[4x + 9y \pm 6\sqrt{13} = 0;\ 4x - 9y \pm 6\sqrt{13} = 0;\ S = 26]$

48. * Ricordando che la *normale* ad una curva in un suo punto è la perpendicolare in quel punto alla tangente alla curva, trovare le coordinate dei due punti A e B $(x_A > x_B)$, in cui la retta $y = 2x - 7$ incontra l'ellisse $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{24} = 1$. Scrivere successivamente l'equazione della normale alla curva nel punto A.

$\left[A(5,3);\ B\left(\frac{25}{23}, -\frac{111}{23}\right);\ y = x - 2\right]$

49. * Determinare le equazioni delle tangenti:

a) all'ellisse $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$, condotte da $P(2,0)$. $[y \pm x \mp 2 = 0]$

b) all'ellisse $16x^2 + 25y^2 = 400$, condotte da $P(5,0)$. $[x = 5]$

50. Determinare il valore di m, nelle seguenti equazioni, in modo tale che le rette corrispondenti risultino tangenti all'ellisse $9x^2 + 16y^2 = 144$, e farne la verifica grafica.

a) $x + y + m = 0$. $[m = \pm 5]$

b) $mx - y - 5 = 0$. $[m = \pm 1]$

194. Scrivere l'equazione dell'iperbole equilatera traslata che passa per i punti $A(0,3)$, $B(1,0)$, $C(2,1)$.
$\left[y = \dfrac{3x-3}{2x-1}\right]$

195. Un'iperbole equilatera ha equazione $xy = \dfrac{15}{8}$. Determinare l'equazione della stessa curva rispetto ad un sistema di riferimento, traslato rispetto al primo, con l'origine nel punto $O'\left(-\dfrac{1}{4}, -\dfrac{1}{2}\right)$. Studiare e rappresentare graficamente la funzione ottenuta.
$\left[Y = \dfrac{2X+7}{4X-1}\right]$

196. Siano date le curve γ di equazione $y = \dfrac{2mx+1}{mx-2}$, con m parametro reale.

a) Studiare se vi sono delle rette fra queste curve.

b) Dire per quale traslazione degli assi l'equazione data assume la forma $XY = k$.

c) Verificare che, per qualsiasi valore del parametro m, tutte le curve hanno in comune un medesimo punto C di cui si chiedono le coordinate.

d) Stabilire per quale valore di m le rette di equazioni:

$$y = \frac{mx-2}{m}; \quad y = \frac{mx-2}{2m} \quad \text{sono tangenti all'iperbole traslata } \gamma.$$

$\left[m = 0;\ x = X + \dfrac{2}{m};\ y = Y + 2;\ C\left(0, -\dfrac{1}{2}\right);\ m = -5;\ m = -\dfrac{5}{2}\right]$

197. Rappresentare graficamente le seguenti funzioni dopo averne evidenziato gli elementi più significativi.

a) $y = \dfrac{2}{|x|}$; b) $y = \dfrac{|2-x|}{x-3}$; c) $y = \dfrac{|x|}{x-3}$;

d) $|x|x + y^2 = 4$; e) $y = \left|\dfrac{x-5}{x+4}\right|$; f) $y = \dfrac{|x|-4}{3x-9}$;

g) $y = \dfrac{|x-6|-2}{x+1}$; h) $y = \dfrac{|2x+5|}{x-3}$; i) $y = \dfrac{-x}{|8-x|}$;

Tracciare il grafico delle seguenti funzioni e, dopo averle identificate, determinarne dominio e codominio.

115. a) $y = \dfrac{4}{3}\sqrt{x^2-1}$; b) $y = -5\sqrt{x^2+1}$; c) $x = -\dfrac{4}{5}\sqrt{y^2+1}$; d) $y = \dfrac{3}{5}\sqrt{x^2+25}$.
[*Sono rami di iperboli, opportunamente disposte*]

258. ** Date le due coniche di equazioni:

$$y = ax^2 + bx + 3, \qquad x^2 + y^2 + ax + by - 5 = 0,$$

determinare a e b in modo tale che entrambe passino per il punto $P(2,\ 2)$. Dopo aver classificato e costruito graficamente le due curve, determinare le tangenti alle due curve in P. Detti A e B i punti comuni alle tangenti trovate e all'asse della parabola, determinare l'area del triangolo APB.

$\left[(a,\ b) = \left(1,\ -\dfrac{5}{2}\right);\ y = x^2 - \dfrac{5}{2}x + 3;\ x^2 + y^2 + x - \dfrac{5}{2}y - 5 = 0;\ 3x - 2y - 2 = 0;\ 10x + 3y - 26 = 0;\ A\left(\dfrac{5}{4}, \dfrac{7}{8}\right),\ B\left(\dfrac{5}{4}, \dfrac{9}{2}\right);\ S = \dfrac{87}{64}\right]$

259. * Determinare le equazioni di due circonferenze, che hanno i centri sugli assi cartesiani e sulla retta di equazione $2x + 3y - 12 = 0$, sapendo che si incontrano nel punto $A(2,\ 0)$.
Trovare inoltre l'equazione di una parabola, con asse parallelo all'asse y, che passa per il centro della circonferenza minore ed è tangente in A alla retta che congiunge i punti comuni alle due circonferenze.
$[x^2 + y^2 - 12x + 20 = 0;\ x^2 + y^2 - 8y - 4 = 0;\ 8y = -3x^2 + 24x - 36]$

72. Un'ellisse ha, rispetto ad un certo sistema di riferimento, l'equazione $x^2 + 4y^2 = 16$; determinare l'equazione della stessa ellisse rispetto ad un secondo sistema di riferimento, traslato rispetto al primo e con l'origine nel punto $O'(2, 1)$. $[X^2 + 4Y^2 + 4X + 8Y - 8 = 0]$

73. Un'ellisse ha, rispetto ad un certo sistema di riferimento, l'equazione $2x^2 + y^2 = 1$. Determinare l'equazione della stessa ellisse rispetto ad un secondo sistema di riferimento, traslato rispetto al primo, con l'origine nel punto $O'(-1, 3)$. $[2X^2 + Y^2 - 4X + 6Y + 10 = 0]$

74. Trovare l'equazione dell'ellisse con centro $O'(3, 4)$ ed assi, paralleli agli assi x ed y, lunghi rispettivamente 10 ed 8. Determinare poi le coordinate dei fuochi.
$[16x^2 + 25y^2 - 96x - 200y + 144 = 0;\ (0, 4)\ e\ (6, 4)]$

75. Trovare l'equazione dell'ellisse con centro $O'(1, 5)$ ed assi, paralleli agli assi x ed y, lunghi rispettivamente 8 e 6. Determinare poi le coordinate dei fuochi.
$[9x^2 + 16y^2 - 18x - 160y + 265 = 0;\ (1 \pm \sqrt{7}, 5)]$

Risolvere graficamente le seguenti equazioni.

185. *a*) $\sqrt{x-4} = 2$; *b*) $\sqrt{x+1} = x - 1$; *c*) $\sqrt{3x-2} = x + 2$; *d*) $\sqrt{x+3} = \sqrt{4-x}$.

186. *a*) $x + \sqrt{4x+12} = 7$; *b*) $\sqrt{x-2} = \sqrt{4-x}$; *c*) $\sqrt{x-4} = \sqrt{6-x}$; *d*) $\sqrt{x-1} = x^2 - 1$.

183.* Determinare a, b, c, d in modo tale che la funzione $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ abbia come asintoto orizzontale la retta $y + 1 = 0$ e sia tangente alla retta $3x + y - 4 = 0$ nel punto $A\left(\dfrac{4}{3}, 0\right)$.

Trovare l'equazione della retta, parallela alle rette tangenti nei vertici, che stacca sull'iperbole una corda di misura $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. $\left[y = \dfrac{3x-4}{-3x+3}, y = -x \pm \dfrac{4}{3}\right]$

184. Scrivere l'equazione dell'iperbole, con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani, che ha come fuochi i punto $F(1, 2)$ ed $F'(-1, 0)$ $\left[x(y-1) = \dfrac{1}{2}\right]$

185. Scrivere l'equazione dell'iperbole con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani, che ha centro nel punto $O'(-1, 1)$, asse focale parallelo alla bisettrice del I e III quadrante e distanza focale uguale a 4. [*L'equazione è del tipo* $(x+1)(y-1) = k$, *con* $k > 0$]. $[k = 1]$

186. Scrivere l'equazione dell'iperbole, con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani, che passa per $A(2, -3)$ ed è tangente in $B(1, 1)$ alla retta di equazione $y = 2x - 1$. $[y(5 - 3x) = x + 1]$